

Siatkowa reprezentacja obszarów przewodzących w polowych modelach maszyn elektrycznych

Streszczenie. W pracy przedstawiono obwodowe, wielogłęziowe modele obszarów ze środowiskami przewodzącymi w maszynach elektrycznych. Rozpatrzono modele rezystancyjne, których równania oczkowe są równaniami metody elementów krawędziowych (MEK) dla ujęć wykorzystujących elektryczny potencjał wektorowy T i modele konduktancyjne, których równania węzłowe są równaniami metody elementów węzłowych (MEW) dla metody potencjału skalarnego V . Przedstawiono obwodową reprezentację krawędziowej wartości potencjału T dla układów z prądami przewodnictwa. Rozpatrzono siatkowe modele układów z przewodzącymi obszarami jednorodnymi i wielorodzinnymi, w tym układy z uzwojeniami o cienkich przewodach i układy z uzwojeniami prętowymi. Omówiono siatkowe modele obszarów przewodzących dla metody wykorzystującej skalarny potencjał elektryczny V i wektorowy potencjał magnetyczny A oraz dla sformułowań wykorzystujących elektryczne potencjały wektorowe T , T_0 i skalarny lub wektorowy potencjał magnetyczny, a więc dla sformułowań Ω - T - T_0 , A - T - T_0 . Zwrócono uwagę na korzyści wynikające ze stosowania potencjałów wektorowych T - T_0 w obliczeniach rozprzysięgu prądów indukowanych metodą elementów skończonych.

Abstract. The paper introduces a network description of conducting regions in electrical machines. Resistance models are considered, where loop equations are equivalent to an edge element formulation (EEM) using the electric vector potential T , as well as conductance models, for which the nodal equations refer to a nodal element description (NEM) by means of the scalar potential V . For the field of conducting currents the edge value of the vector potential T is interpreted using the language of circuit theory. The network models of simply and multiply connected conducting regions are introduced. Both thin and rod conductors are considered. Resistive models of multi-turn coils are described for which the loop equations form edge elements involving the potential T_0 . The models under discussion relate to the method with an electric scalar potential V and a magnetic vector potential A and to the methods using electric vector potentials T , T_0 , and scalar or vector magnetic potentials, i.e. Ω - T - T_0 , A - T - T_0 formulations. Advantages of using the T - T_0 formulation are highlighted. (A network description of conducting regions in electrical machines).

Słowa kluczowe: pole elektromagnetyczne, prądy wirowe, metoda elementów skończonych, maszyny elektryczne.

Keywords: electromagnetic field, eddy currents, finite element method, electrical machines.

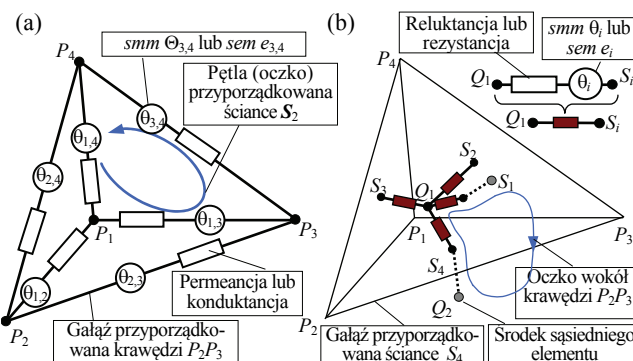
Wstęp

Ostatnio w obliczeniach symulacyjnych i projektowych maszyn elektrycznych powszechnie stosuje się numeryczne metody analizy pola elektromagnetycznego. Najpopularniejsze są metody polegające na podziale rozpatrywanego obszaru na elementy skończone. Nadal stosuje się także metody zastępczych obwodów (siatek) elektrycznych i magnetycznych [2]. Podstawową zaletą tych ostatnich metod jest ich poglądowość. W pracach [3, 4] wykazano, że równania metody elementów skończonych (MES) odpowiadają równaniom oczkowym bądź węzłowym ekwiwalentnych siatek magnetycznych i elektrycznych. W związku z tym również modele utworzone metodą elementów skończonych można rozpatrywać jako modele obwodowe. Liczba gałęzi tych modeli odpowiada liczbie krawędzi bądź liczbie ścianek siatki dyskretyzującej. Przedłożony artykuł rozwija ujęcie przedstawione w wcześniejszych pracach autorów. Koncentruje się na obwodowym (siatkowym) opisie obszarów z prądami przewodnictwa. Rozpatrywane są modele siatkowe obszarów przewodzących jednorodnych i wielorodnych, a więc obszarów z masywnymi elementami rdzenia i obszarów z uzwojeniami o cienkich przewodach i uzwojeniami prętowymi. Przedstawione rozważania mają ułatwić obliczanie rozprzysięgu prądów wirowych w przewodnikach masywnych, np. w masywnych elementach rdzeni maszyn elektrycznych, a także pomóc w formowaniu modeli polowych i polowo – obwodowych maszyn elektrycznych, tj. modeli zawierających równania pola przepływowego prądu i równania obwodów układu zasilającego. W związku z tym rozpatrzone zostały sprzężenia pomiędzy siatką magnetyczną i elektryczną w modelach obszarów z uzwojeniami.

Obwodowa reprezentacja równań MES

Z badań omówionych w pracach [3, 4] wynika, że równania MES dla ujęć wykorzystujących potencjały odpowiadają równaniom dwóch typów modeli siatkowych: (a) modeli krawędziowych (SK) elektrycznych (SKE)

i magnetycznych (SKM) o gałęziach przyporządkowanych krawędziom elementów oraz (b) modeli ściankowych (SS) elektrycznych (SSE) i magnetycznych (SSM) o gałęziach przyporządkowanych ściankom – łączących środki objętości sąsiadujących elementów. Na rysunku 1 pokazano krawędziowy i ściankowy model czworokąta. Równania oczkowe siatki ściankowej (SS) odpowiadają równaniom metody elementów skończonych, krawędziowych (MEK) dla sformułowań wykorzystujących potencjały wektorowe A , T . Krawędziowe wartości potencjałów A , T reprezentują strumienie i prądy oczkowe w oczkach wokół krawędzi elementów skończonych [3, 4].



Rys. 1. Krawędziowy (a) i ściankowy (b) model czworokąta

W obszarach z prądami przewodnictwa na podstawie elektrycznych modeli krawędziowych tworzy się siatkę konduktancyjną (SKK), a na podstawie elektrycznych modeli ściankowych siatkę rezystancyjną (SSR). Konduktancje SKK są obliczane na podstawie funkcji interpolacyjnych elementu krawędziowego, a rezystancje SSR na podstawie funkcji interpolacyjnych elementu ściankowego. Prądy w oczkach siatki rezystancyjnej odpowiadają krawędziowym wartościom elektrycznego potencjału wektorowego T dla pola przepływowego prądów

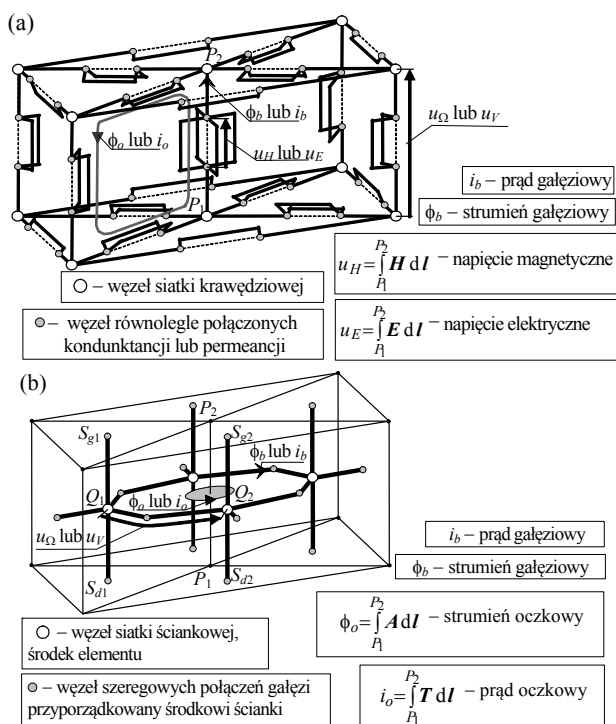
(pola prądów przewodnictwa). Na przykład, prąd w pokazanym na rysunku 1b oczku wokół krawędzi P_2P_3 odpowiada wartości krawędziowej opisanej następująco

$$(1) \quad i_{oP_2P_3} = \int_{P_2}^{P_3} \mathbf{T} d\mathbf{l}.$$

Prądy w oczkach siatki rezystancyjnej można rozpatrywać jako prądy wirowe wokół krawędzi elementów. Można też mówić o prądach cyrkulacyjnych Maxwella, (Maxwell circulating currents) wokół krawędzi. Liniowa gęstość tych prądów odpowiada potencjałowi wektorowemu $\mathbf{T}$. Liniowa gęstość prądów wirowych jest wektorem, bo definiując je należy podać kierunek i zwrot osi "wiru prądowego".

W siatkach wyznaczonych metodą elementów skończonych mogą wystąpić sprzężenia międzygałęziowe, tj. konduktancje i rezystancje wzajemne, co różni je od klasycznych modeli obwodowych. Napięcie na konduktancji i -tej gałęzi może wymusić prąd w j -tej gałęzi SKK. Prąd w i -tej gałęzi SSE może wywołać napięcie w j -tej gałęzi tej siatki.

Modele siatkowe całego obszaru podzielonego na elementy skończone otrzymuje się łącząc odpowiednio modele pojedynczych elementów. Przy tworzeniu modeli krawędziowych elektrycznych (konduktancyjnych) i magnetycznych (permeancyjnych) łączy się równolegle gałęzie przyporządkowane wspólnym krawędziom. Na rysunku 2a pokazano fragment modelu krawędziowego utworzony po połączeniu czterech elementów pięciościennych. Model ściankowy tego układu elementów przedstawiono na rysunku 2b. Przy tworzeniu modelu łączono szeregowo gałęzie przyporządkowane wspólnym ściankom.



Rys. 2. Modele układu czterech elementów pięciościennych: (a) krawędziowy i (b) ściankowy

Źródła pola elektrycznego i magnetycznego

Podstawową częścią zadania opisu przewodników w przestrzeni elementów skończonych jest formułowanie wyrażeń opisujących siłę magnetomotoryczną (smm) na podstawie rozplywu prądów przewodnictwa w siatkach

konduktancyjnej i rezystancyjnej oraz wyrażeń definiujących siłę elektromotoryczną (sem) generowaną w wymienionych siatkach przez zmienny strumień magnetyczny. Uformowane na podstawie MES siatki krawędziowe są analizowane metodą węzłową. Należy więc określić źródła gałęziowe. Do analizy siatek ściankowych jest stosowana metoda oczkowa. W obliczeniach można więc posługiwać się źródłami gałęziowymi lub oczkowymi.

W omawianych modelach gałęziowe smm i sem są wyznaczone na podstawie prądów i strumieni oczkowych. Gałęziowe smm i sem w siatce krawędziowej otrzymuje się na podstawie prądów i strumieni wokół krawędzi, a smm i sem w siatce ściankowej wyznacza się na podstawie prądów i strumieni w oczkach przyporządkowanych ściankom – rysunek 1. Oczkowe smm w siatce ściankowej reprezentują ściankowe wartości gęstości prądu $\mathbf{J}$, a oczkowe sem są czasowymi pochodnymi ściankowych wartości gęstości $\mathbf{B}$ strumienia magnetycznego. Źródła oczkowe w siatce ściankowej są definiowane na podstawie strumieni i prądów gałęziowych w gałęziach przyporządkowanych krawędziom elementów. W tablicy 1 zestawiono wyrażenia opisujące przedstawione wyżej wielkości gałęziowe i oczkowe na podstawie gęstości prądu i strumienia oraz potencjałów wektorowych.

Tabela 1. Wielkości gałęziowe i oczkowe w obwodowym modelu elementu skończonego

Wielkości gałęziowe:		Wielkości oczkowe:	
strumień ϕ_b , prądy i_b , smm θ_b , sem e_b		strumień ϕ_o , prądy i_o , smm θ_o , sem e_o	
Gałąź $N_{i,j}$ przyporządkowana krawędzi P_iP_j (SK)	Gałąź q -ta przyporządkowana ściance S_q (SS)	Oczko $N_{i,j}$ wokół krawędzi P_iP_j (SS)	Oczko q -te przyporządkowane ściance S_q (SK)
$i_{bN_{i,j}} = \iiint_{V_e} \mathbf{w}_{eN_{i,j}} \mathbf{J} dv$	$i_{bq} = \iint_{S_q} \mathbf{J} ds$	$i_{oN_{i,j}} = \int_{P_i}^{P_j} \mathbf{T} d\mathbf{l}$	$i_{oq} = \iiint_{V_e} \mathbf{w}_{fq} \mathbf{T} dv$
$\phi_{bN_{i,j}} = \iiint_{V_e} \mathbf{w}_{eN_{i,j}} \mathbf{B} dv$	$\phi_{bq} = \iint_{S_q} \mathbf{B} ds$	$\phi_{oN_{i,j}} = \int_{P_i}^{P_j} \mathbf{A} d\mathbf{l}$	$\phi_{oq} = \iiint_{V_e} \mathbf{w}_{fq} \mathbf{A} dv$
$\theta_{bN_{i,j}} = i_{oN_{i,j}}$	$\theta_{bq} = i_{oq}$	$\theta_{oN_{i,j}} = i_{bN_{i,j}}$	$\theta_{oq} = i_{bq}$
$e_{bN_{i,j}} = -p \phi_{oN_{i,j}}$	$e_{bq} = -p \phi_{oq}$	$e_{oN_{i,j}} = -p \phi_{bN_{i,j}}$	$e_{oq} = -p \phi_{bq}$

Uwagi: $\mathbf{w}_{eN_{i,j}}$ – funkcja interpolacyjna elementu krawędziowego dla krawędzi P_iP_j , V_e – objętość elementu, $\mathbf{w}_{fq}$ – funkcja interpolacyjna elementu ściankowego dla ścianki S_q , $p = d/dt$

Przewodzące obszary jednociepne

Do analizy pola w przewodzących obszarach jednociepnych, np. w masywnych elementach rdzenia bez "dziur" można stosować zarówno sformułowanie wykorzystujące elektryczny potencjał skalarny jak i potencjał wektorowy. Najbardziej popularne jest sformułowanie A - V wykorzystujące wektorowy potencjał magnetyczny $\mathbf{A}$ i skalarny elektryczny V . Obwodowym reprezentantem tego sformułowania jest model złożony z krawędziowej (konduktancyjnej) siatki elektrycznej i ściankowej siatki magnetycznej, a więc model SSM-SKK. Oczkowe smm w SSM wyznacza się na podstawie prądu w gałęziach SKK, a gałęziowe sem w SSK na podstawie pochodnej czasowej strumieni w oczkach SSM. Na przykład smm w pokazanym na rysunku 2b oczku wokół krawędzi P_1P_2 odpowiada prąd w gałęzi P_1P_2 siatki krawędziowej z rysunku 2a.

Do analizy rozkładu prądów wirowych w układach jednociepnych można stosować także metody wykorzystujące wektorowy potencjał $\mathbf{T}$ pola przepływowego prądów. Wyodrębnia się dwa sformułowania wykorzystujące ten potencjał: (a) sformułowanie Ω - $\mathbf{T}$, w którym pole magnetyczne jest opisane za pomocą potencjału skalarnego Ω i sformułowanie $\mathbf{A}$ - $\mathbf{T}$, w którym stosuje się magnetyczny potencjał wektorowy $\mathbf{A}$.

Równania MES dla sformułowania Ω - T odpowiadają równaniom siatek magnetycznej krawędziowej i elektrycznej ściankowej, sprzężonych przez źródła (model SKM-SSR). Gałęziowe s_{mm} w SKM wyznacza się na podstawie prądów w oczkach SSR, a oczkowe s_{em} w SSK na podstawie pochodnej czasowej strumienia w oczkach SSM. Równania MEK dla rzadko stosowanego sformułowaniu A - T odpowiadają równaniom oczkowym ściankowej i krawędziowej, (model SSM-SSR). W celu wyznaczenia oczkowych s_{mm} i oczkowych s_{em} w tym modelu należy na podstawie prądów i strumieni gałęziowych w SS, tj. wielkości ściankowych, określić wielkości przyporządkowane krawędziom. Wykorzystuje się przy tym parametry wagowe obliczane na podstawie całki objętościowej z iloczynu funkcji ściankowej i krawędziowej. Na przykład, dla gałęzi $S_{d1}Q_1$ i krawędzi P_1P_2 układu z rysunku 2 parametr wagowy jest równy 1/6. W związku z tym wielkości przyporządkowane krawędzi P_1P_2 otrzymuje się sumując wielkości gałęziowe w gałęziach $S_{d1}Q_{1i}$, $S_{d1}Q_j$ z wagą 1/6. Sumowanie dotyczy gałęzi w elementach o krawędzi P_1P_2 i odnosi się do gałęzi równoległych do tej krawędzi. Na podstawie prądów przyporządkowanych krawędziom wyraża się s_{mm} w ściankowej siatce magnetycznej, a na podstawie pochodnej strumienia s_{em} w ściankowej siatce rezystancyjnej.

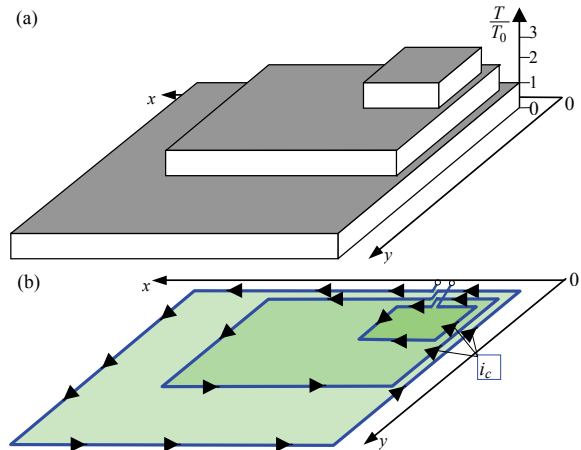
Do analizy prądów wirowych w układach z dwuwymiarowym polem magnetycznym, ujęcia wykorzystujące wektorowy potencjał elektryczny nie są stosowane. W tego typu układach rozpatruje się tylko jedną składową wektora gęstości prądu, np. składową J_z . Pomimo tego potencjał wektorowy T ma dwie składowe, co komplikuje opis pola prądów przewodnictwa. Metodę potencjału T z powodzeniem stosuje się do analizy układów trójwymiarowych, w tym układów z niejednostopijnymi obszarami przewodzącymi. W przypadku obszarów niejednostopijnych wprowadza się dodatkowy wektorowy potencjał elektryczny T_0 .

Obwodowa reprezentacja wektorowego potencjału T_0

W rozważaniach dotyczących obszarów jednostopijnych przedstawiono dwa typy modeli siatkowych: (a) modele krawędziowe (SK) i (b) modele ściankowe (SS). Na podstawie ściankowych modeli elementów z polem elektrycznym można uformować modele obszarów z uzwojeniami o cienkich przewodach. Należy uwzględnić, że w obszarze z cienkimi przewodami środowisko jest anizotropowe [4], a kierunek wektora gęstości prądu jest zadany. W rezultacie otrzymuje się model, którego równania są równaniami oczkowymi uzwojeń o cienkich przewodach. Prąd oczkowy w układzie jest reprezentowany przez krawędziową wartość potencjału T_0 . Potencjał ten wprowadzony został z myślą o odwzorowaniu układów o zadanym kierunku wektora gęstości prądu [1, 5, 6]. Rozkład T_0 potencjału można określić na podstawie funkcji opisujących położenie pętli uzwojeń. Najwygodniej jest posługiwać się potencjałem T_0 dla pojedynczego zwoju. W układzie z cewkami wielozwojowymi (rysunek 3) wypadkowy rozkład elektrycznego potencjału wektorowego T uzyskuje się poprzez superpozycję rozkładów od pojedynczych zwojów. W przedstawionym na rysunku 3 rozkładzie na liniach reprezentujących pętle uzwojeń skokowo zmienia się składowa T_z potencjału. W związku z tym po uwzględnieniu, że $J = \text{rot} T$ i wykorzystaniu twierdzenia Stokesa dla przewodu o średnicy d , przy $d \rightarrow 0$, otrzymuje się

$$(2) \quad i_c = \iint_{S_p} J \, ds = \oint_L T \, d\mathbf{l} = T_0 d.$$

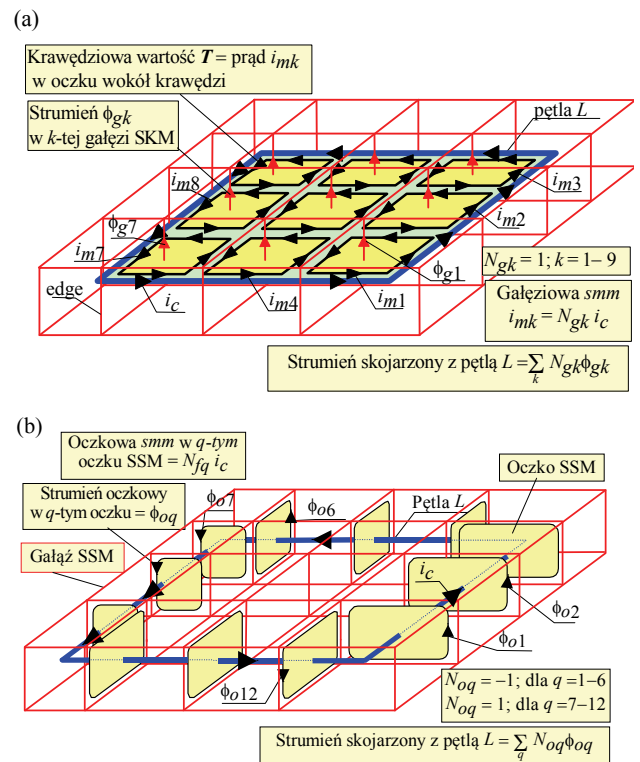
Iloczyn $T_0 d$ można rozpatrywać jako wartość krawędziową potencjału T dla krawędzi odpowiadającej średnicy przewodu.



Rys. 3. Rozkład składowej T_z potencjału T na płaszczyźnie xy (a), wzniecony przez 3-zwojną cewkę (b)

Modele obszaru z uzwojeniami o cienkich przewodach

Wyodrębnić można dwie grupy metod opisu uzwojeń w przestrzeni elementów skończonych: (a) metody polegające na definiowaniu liczby przewodów przecinających ścianki elementów i (b) metody, w których definiuje się uzwojenia na podstawie przecięć krawędzi elementów z powierzchniami zwojów. Metody (a) opisują uzwojenia w przestrzeni elementów ściankowych i po ich zastosowaniu uzyskuje się oczkowe s_{mm} w SSM. Wektor oczkowych s_{mm} wyraża się w postaci iloczynu macierzy N_o o wyrazach równych liczbie zwojów przechodzących przez oczko SSM i wektora i_c prądów w obwodach uzwojeń. Metody (b) opisują uzwojenia w przestrzeni elementów krawędziowych i są wykorzystywane do wyznaczania gałęziowych s_{mm} w SKM. Wektor gałęziowych s_{mm} uzyskuje się mnożąc macierz N_g liczb zwojów wokół gałęzi przez wektor i_c prądów obwodów. Liczbę zwojów wokół gałęzi znajduje się na podstawie liczby powierzchni zwojów, przez które przechodzą krawędzie [4] – rysunek 4.



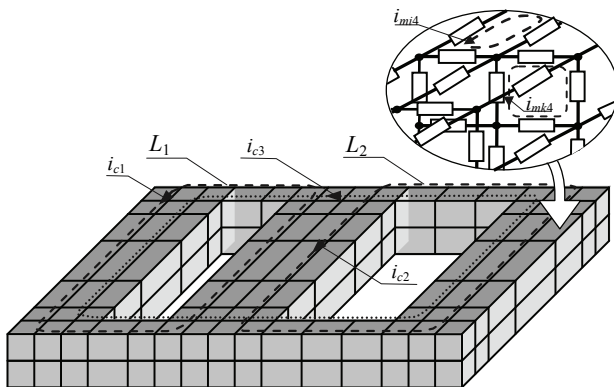
Rys. 4. Zwój w obszarze magnetycznej siatki krawędziowej (a) i magnetycznej siatki ściankowej (b) [5]

Na przykład dla układu z rysunku 3 wyrazy macierzy N_g są równe 1, 2 lub 3, w zależności od położenia krawędzi. Zadanie wyznaczania k -tej kolumny macierzy N_g jest numerycznym reprezentantem zadania wyznaczania wektora T z równania $J = \text{rot} T$ dla jednostkowego prądu w k -tym uzwojeniu [6]. Transponowane macierze N_o , N_g służą do wyznaczenia strumienia skojarzonego z uzwojeniami – rysunek 4.

W modelach o SKM strumień skojarzony z uzwojeniami uzyskuje się mnożąc transponowaną macierz N_g przez wektor strumieni w gałęziach. W układach o SSM strumień skojarzony jest iloczynem transponowanej macierzy N_o i wektora strumieni oczkowych – rysunek. 4. Ten iloczyn jest numeryczną reprezentacją wzoru opisującego strumień na podstawie całki z wektorowego potencjału magnetycznego.

Modele obszaru z uzwojeniami prętowymi

W ujęciu trójwymiarowym obszary z uzwojeniami prętowymi rozpatruje się jako obszary niejednostopne z prądami wirowymi. Klasycznym przykładem takiego obszaru jest masywna płyta przewodząca z otworami – rysunek 5. W maszynach elektrycznych typowymi układami o przewodzących obszarach niejednostopnych z prądami wirowymi są uzwojenia klatkowe i wielozwojne uzwojenia prętowe. Przedstawiony na rysunku 5 układ można rozpatrywać jako obejmujący 3 pręty fragment uzwojenia klatkowego.



Rys. 5. Siatkowy model niejednostopnego obszaru przewodzącego z dwoma otworami

Do analizy rozplywu prądów wirowych w omawianych układach najczęściej stosuje się metodę skalarne go potencjału elektrycznego, dla której równania MES są równaniami węzłowymi SKE [4]. Równania te rozwiązuje się dla zadanych gałęziowych *sem*. Gałęziowe *sem* w SKE definiuje się na podstawie strumieni oczkowych wokół krawędzi, a więc na podstawie wielkości, które są obwodowymi reprezentantami magnetycznego potencjału wektorowego. W związku z tym metodę potencjału V łączy się z metodą potencjału A . Do analizy układów niejednostopnych z prądami wirowymi można też zastosować metody elektrycznego potencjału wektorowego T . W klasycznym ujęciu MEK równania dla sformułowań wykorzystujących potencjał T reprezentują równania oczkowe siatki rezystancyjnej dla oczek wokół krawędzi (oczka z prądami i_{mi} i i_{mk} na rysunku 5). W związku z tym klasyczna metoda potencjału T nie nadaje się do analizy obszarów niejednostopnych. Równania metody należy uzupełnić równaniami dla oczek wokół otworów, np. dla

oczek L_1 , L_2 pokazanych na rysunku 5. Prąd w tych oczkach reprezentuje krawędziową wartość T_0 . W związku z tym metodę nazwano metodą potencjałów $T-T_0$. Rezystancyjny model obszaru niejednostopnego można połączyć zarówno z magnetyczną siatką krawędziową (metoda $\Omega-T-T_0$) jak i magnetyczną siatką ściankową (metoda $A-T-T_0$). Pętle wokół otworów definiuje się tak samo jak zwoje o cienkich przewodach. Wykorzystuje się więc opis przedstawiony w poprzednim rozdziale. Interesujące są wyniki badań nad wyborem pętli L_i . Pętle L_i trzeba tak uformować aby dodatkowe oczka z prądami i_{ci} dopełniały zbiór oczek podstawowych. Okazuje się, że jeśli do rozwiązywania równań oczkowych stosuje się metody iteracyjne, to korzystne jest przyjmowanie nadmiarowej liczby pętli L_i [5]. Na przykład, iteracyjny proces rozwiązywania metodą nadrelaksacji równań oczkowych siatki rezystancyjnej z rysunku 5 jest szybciej zbieżny jeśli do równań dla oczek z prądami i_{c1} , i_{c2} doda się równanie dla „nadmiarowego oczka” z prądem i_{c3} .

Podsumowanie

W pracy przedstawiono współczesne metody opisu układów z prądami indukowanymi w maszynach elektrycznych. Analizowano układy z obszarami przewodzącymi jedno i wielostopnymi, w których występują prądy wirowe. Zwrócono uwagę na nowe ujęcie wykorzystujące elektryczny potencjał wektorowy T_0 . Krawędziowa wartość tego potencjału jest prądem oczkowym w pętli o zadanym kształcie i położeniu. Metody wykorzystujące potencjał T_0 w połączeniu z klasycznym elektrycznym potencjałem wektorowym T i magnetycznymi potencjałami (skalarnym lub wektorowym) można z powodzeniem wykorzystywać do analizy prądów indukowanych w niejednostopnych obszarach przewodzących, np. w obszarze z uzwojeniem klatkowym.

LITERATURA

- [1] Bui V.P., Le Floch Y., Meunier G., Coulomb J.L., A new three-dimensional (3-D) scalar finite element method to compute T_0 , *IEEE Trans. on Magnetics*, 2006, Vol. 42, No. 4, pp. 1035 - 1038
- [2] Davidson J.A., Balchin M.J., Three dimensional eddy currents calculation using a network method, *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. 19, 1983, No. 6, pp. 2325-2328
- [3] Demenko A., Sykalski J., Network equivalents of nodal and edge elements in electromagnetics, *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. 38, 2002, No. 2, pp. 1305-1308
- [4] Demenko A., *Obwodowe modele układów z polem elektromagnetycznym*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 2004
- [5] Demenko A., Sykalski J., Wojciechowski R., Network Representation of Conducting Regions in 3D Finite Element Description of Electrical Machines, *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. 43, 2008, No. 6, pp. 714-717
- [6] Ren Z., $T-\Omega$ formulation for eddy-current problems in multiply connected regions, *IEEE Trans. on Magnetics*, 2002, Vol. 38, No. 2, pp. 557-560

Autor: prof. dr hab. inż. Andrzej Demenko, Politechnika Poznańska, Instytut Elektrotechniki i Elektroniki Przemysłowej, ul. Piotrowo 3a, 60-965 Poznań, andrzej.demenko@put.poznan.pl
mgr inż. Rafał Wojciechowski, Politechnika Poznańska, Instytut Elektrotechniki i Elektroniki Przemysłowej, ul. Piotrowo 3a, 60-965 Poznań, E-mail: rafal.wojciechowski@doctorate.put.poznan.pl
prof. dr hab. inż. Jan K. Sykalski, School of Electronics and Computer Science, University of Southampton, Southampton SO17 1BJ, E-mail: jks@soton.ac.uk