

STUDIO SPERIMENTALE SU UN MODELLO DI LAMA A DISCO DELLE VIBRAZIONI INDOTTE DAL PROCESSO DI AFFILATURA

C. Carmignani^a, P. Forte^a, E. Rustighi^a

*^a Dipartimento di Ingegneria Meccanica, Nucleare e della Produzione, Università di Pisa,
Via Diotisalvi 2 - 56126 Pisa (PI), e-mail: carmi@ing.unipi.it, p.forte@ing.unipi.it,
e.rustighi@ing.unipi.it*

SOMMARIO

In questo lavoro sono presentati e discussi i risultati di un'indagine condotta su una macchina sperimentale, appositamente progettata e realizzata per studiare le vibrazioni che insorgono nel processo di affilatura di lame a disco, problema particolarmente sentito in campo cartario. Per far luce sui fenomeni osservati e analizzare i risultati ottenuti sono state eseguite analisi modali su modelli agli elementi finiti dell'attrezzatura e condotto uno studio di stabilità su un modello semplificato. L'analisi dei segnali sperimentali è stata condotta utilizzando le funzioni di risposta in frequenza direzionali.

Lo studio eseguito ha permesso di mettere in luce l'influenza sul comportamento dinamico del sistema di alcuni parametri operativi e di progetto.

ABSTRACT

In this work the results of an experimental investigation, carried out on a test rig, are presented and discussed. The test rig has been designed to study the vibrations arising in the sharpening process of disc blades, as this is a crucial problem in paper manufacturing machines.

Modal analyses on the FE models of the test rig components have been carried out as well as an analysis of lock-in instability on a simplified model to highlight the observed phenomena and support the analysis of the experimental results. Directional frequency response functions have been applied for the experimental signal analysis.

The investigation has shown the influence of some operation and design parameters on the system dynamic behaviour.

1. INTRODUZIONE

L'uso di lame a disco per il taglio di rotoli di carta è attualmente il più diffuso nell'industria cartaria e il problema delle vibrazioni che si innescano durante l'affilatura delle lame è particolarmente sentito. Infatti le vibrazioni, anche se di lieve entità, possono generare

irregolarità periodiche nel filo della lama che si riflettono in una notevole perdita nella qualità e produttività del successivo processo di taglio.

Se da un lato le vibrazioni flessionali di piastre circolari, a cui può essere assimilata la lama a disco, sono ampiamente trattate nella teoria classica, dall'altro non esistono in letteratura studi specifici sulle vibrazioni autoeccitate del processo di affilatura mentre molti lavori trattano problemi analoghi come le vibrazioni che nascono nei processi di rettifica [1], nel taglio con seghe dentate circolari, nelle turbine, nei supporti magnetici degli hard-disks [2] e nei freni a disco [3], in cui compare sempre la risposta di un disco flessibile in rotazione soggetto ad una forza trasversale esterna [4-6]. Di recente gli studi sugli hard disk dei computer hanno evidenziato come il problema fondamentale sia costituito proprio dall'interazione tra la testina ed il supporto magnetico. Il fenomeno dello stick-slip [7] che interessa invece le basse velocità di strisciamento può altresì avere una grande importanza in quanto accoppia i gradi di libertà longitudinali e trasversali, rendendo il sistema potenzialmente instabile. Un'altra causa di insorgenza di vibrazioni autoeccitate può infine essere imputata all'accoppiamento degli autovalori associati ai modi propri di due elementi collegati da una interfaccia con attrito di strisciamento (fenomeno di "lock-in") [3].

In questo lavoro sono presentati e discussi i risultati di un'indagine sperimentale condotta con un'apparecchiatura realizzata presso il Dipartimento di Ingegneria Meccanica Nucleare e della Produzione dell'Università di Pisa. La campagna di esperienze è stata condotta per evidenziare l'effetto della durata dell'affilatura, del precarico sulla mola, dell'inclinazione della mola, della velocità relativa mola-pezzo e delle caratteristiche geometriche del disco. Quest'indagine scaturita da un problema reale nato in campo industriale, fa seguito ad una serie di esperienze eseguite su una troncatrice per rotoli di carta commerciale, che ovviamente non aveva la versatilità della macchina di laboratorio, e ad un'indagine di tipo numerico tramite il codice esplicito LS-DYNA[®] per evidenziare i parametri fondamentali del processo di affilatura [8, 9].

2. DESCRIZIONE DEL BANCO PROVA

Per studiare in maniera esaustiva la risposta vibratoria dei dischi sottoposti ad affilatura è stata progettata e realizzata un'attrezzatura sperimentale (Figura 1) che riproduce in forma semplificata una macchina affilatrice di tipo industriale, ma in più ha la possibilità di variare facilmente le condizioni operative e di montare dischi di diversi spessori.

Si può considerare la macchina suddivisa in due parti principali aventi una la funzione di portare in rotazione il disco da affilare, la seconda di sostenere il gruppo mola. Un motore asincrono trifase porta in rotazione, tramite una cinghia elastica, un albero sul quale è calettato il disco flessibile. Il motore garantisce la possibilità di variare la velocità di rotazione fino a 1500 giri/minuto (velocità superiore a quella a cui sono condotte generalmente le affilature nelle macchine commerciali) per studiare il ruolo che tale variabile ha sul processo di affilatura. Il disco ha un diametro esterno di 380 mm ed è vincolato ad un diametro di 90 mm. Sono stati analizzati dischi di spessore costante di 1 e 3 mm.

Il gruppo mola è costituito da un albero folle sul quale è calettata una mola a tazza dal diametro di 50 mm. L'asse della mola può essere inclinato di 2° rispetto all'asse del disco. Il moto di avvicinamento della mola al disco è comandato da una elettrovalvola pneumatica e realizzato per mezzo di una molla opportunamente precaricata, così da regolare il tempo di affilatura e la forza di contatto. Il disco rotante, grazie alla presenza di attrito al contatto, trascina in rotazione la mola folle. Quest'ultima può essere bloccata alla rotazione per indagare sull'influenza del coefficiente d'attrito dinamico sul processo di affilatura.

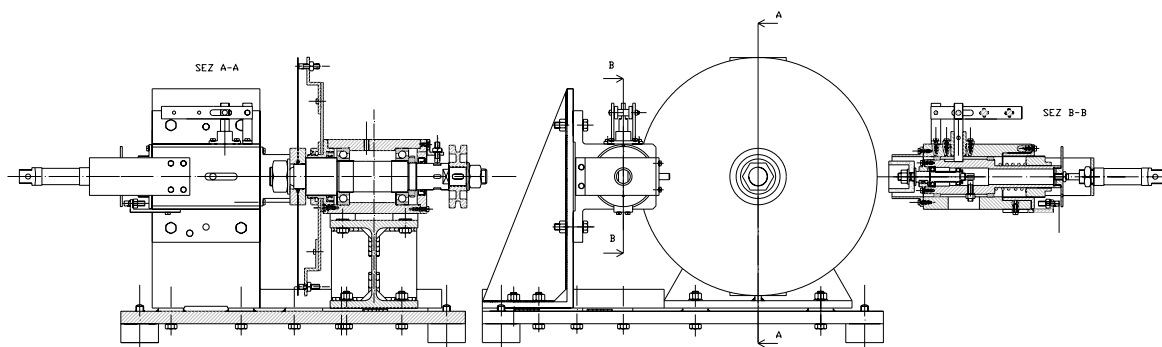
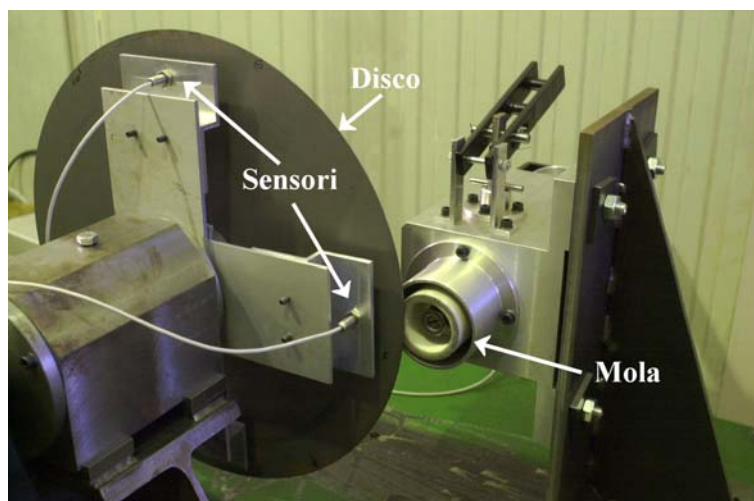


Figura 1 – Foto e disegno di complessivo dell’attrezzatura sperimentale

L’attrezzatura è stata predisposta per accogliere una serie di sensori di distanza, tipo proximitor, della Bently Nevada, con sensibilità di $7.87 \text{ mV}/\mu\text{m}$, che permettono di misurare gli spostamenti flessionali del disco, gli spostamenti assiali della mola e, grazie a opportune cave sugli alberi rotanti, anche le velocità di rotazione della mola e del disco.

I segnali sono acquisiti su PC mediante una scheda della National Instrument, Lab-Pc-1200AI, a 8 ingressi e 2 uscite analogiche, con frequenza di campionamento fino a 100 kHz, utilizzando software Labview™.

3. ANALISI MODALE DELL’ATTREZZATURA

Per avere un riferimento per l’analisi del comportamento vibratorio in funzionamento è stato innanzi tutto esaminato teoricamente il comportamento vibratorio libero dei componenti principali dell’attrezzatura, in particolare del disco flessibile e del gruppo mola, trascurando l’influenza delle altre parti perché di rigidità molto superiore.

Per quanto riguarda i dischi, è stata effettuata un’analisi modale agli elementi finiti con il codice Ansys®. Il modello è stato realizzato con 10 elementi radiali e 30 circonferenziali di tipo shell63. I risultati dell’analisi, ridotta ai soli gradi di libertà flessionali, per i due dischi di spessore (s) diverso, sono riportati in Tabella 1. Risultati analoghi sono stati ottenuti utilizzando il procedimento analitico descritto da Vogel and Skinner [10].

Per quanto riguarda invece il sottogruppo mola, schematizzando la mola come una massa (la massa traslante vale 1.3 kg) e considerando la rigidità della molla che la spinge (16.6 N/mm), la pulsazione naturale risulta circa 18 Hz.

Utilizzando poi Ansys® sono stati calcolati i primi quattro modi propri del supporto. Per il modello sono stati utilizzati elementi Solid92 (tetraedri a 10 nodi). Al posto del gruppo mola

è stato inserito un materiale fittizio la cui massa complessiva fosse pari a quella del gruppo mola (2 kg). Le prime quattro pulsazioni naturali, usando il metodo Block Lanczos, sono risultate rispettivamente 134.87, 258.28, 542.96 e 859.41 Hz.

Tabella 1 – Risultati analisi modale teorica e sperimentale disco

Diametri nodali n	Circonferenze nodali m	f_n teor. [Hz] $s=1\text{mm}$	f_n sper. [Hz] $s=1\text{mm}$	f_n teor. [Hz] $s=3\text{mm}$	f_n sper. [Hz] $s=3\text{mm}$
0	0	39.35	39	118.06	111
1		37.57	34	112.71	100
2		48.02	43	144.07	131
3		88.70	86	266.10	263
4		152.54	149	457.61	-
5		234.54	227	703.61	-
0	1	247.94	245	743.83	-
1		262.47	290	787.42	-

4. ANALISI DI INSTABILITÀ DA “LOCK-IN”

La vicinanza tra le frequenze naturali del disco e del gruppo mola può portare a problemi di instabilità da lock-in [3, 11], ovvero ad autoeccitazione dovuta all'accoppiamento dinamico tra un modo del disco e del gruppo mola.

Le equazioni modali del disco e della mola possono essere accoppiate in un unico sistema facendo delle ipotesi sul contatto all'interfaccia. Ad esempio si può supporre che il contatto sia descritto da un coefficiente di attrito e che le superfici del disco e della mola rimangano sempre in contatto. È possibile allora vedere come i modi possono cambiare al variare del coefficiente di attrito al contatto e ricercare gli autovalori del sistema complessivo. Modi molto vicini possono diventare coincidenti e dare luogo a instabilità. In Figura 2 è riportato un esempio di lock-in ottenuto su un modello del sistema disco mola elaborato alla luce di [11] che sarà oggetto di altra pubblicazione.

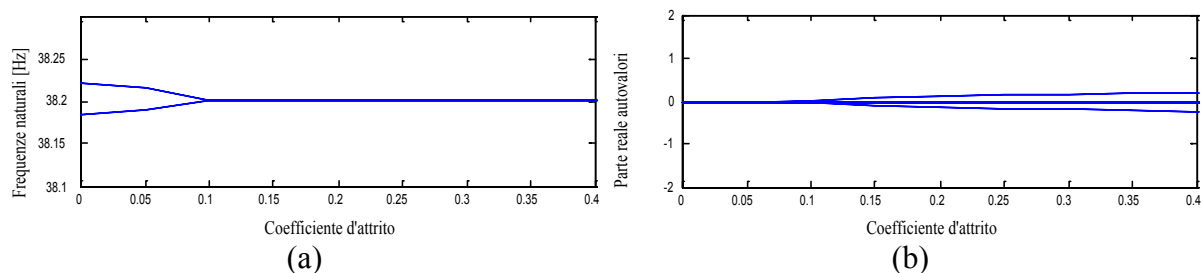


Figura 2 – Esempio di lock-in: il primo modo della mola si accoppia con il modo (1,0) del disco; (a) Frequenza naturale (b) Parte reale autovalori

Questo metodo, normalmente usato per corpi con velocità di rotazione modesta, come ad esempio i freni a disco, non tiene in conto l'effetto della velocità di rotazione sul comportamento vibratorio del disco; ciò nonostante può fornire indicazioni utili dal punto di vista progettuale e di interpretazione dei fenomeni.

5. ANALISI SPERIMENTALE

5.1 Analisi dei Segnali

La risposta modale di un disco flessibile in rotazione è caratterizzata da coppie di onde che si propagano circonferenzialmente in direzioni opposte (onde concordi e discordi). La frequenza di queste onde osservata da un osservatore stazionario cambiano al variare della velocità di rotazione del disco, secondo la legge:

$$\omega_n^\pm = \omega_n \pm n\Omega \quad (1)$$

dove con ω_n è indicata la pulsazione naturale relativa al modo (n,m) , essendo n e m il numero di diametri e circonferenze nodali. Con Ω si è indicata invece la velocità di rotazione del disco e con ω_n^\pm si sono indicate le pulsazioni osservate da un osservatore assoluto, dette anche pulsazioni apparenti.

Quando si adottano tecniche di analisi modale convenzionali le frequenze trovate perdono le informazioni sulla direzionalità poiché forza eccitatrice e risposta misurata vengono trattate come quantità reali. Considerando ad esempio un'analisi in frequenza “double-sided” si ottengono normalmente quattro picchi per ogni funzione di risposta in frequenza (FRF), in quanto i due modi delle onde appaiono assieme ai loro modi coniugati (Figura 3).

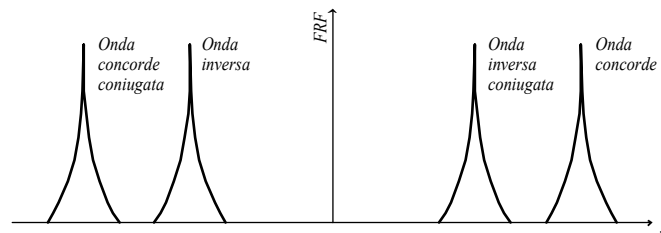


Figura 3 – Esempio di analisi in frequenza reale

Per individuare e separare le onde concordi e discordi al verso di rotazione del disco e identificare il numero dei nodi diametrali associati ai modi di interesse è stata adottata la tecnica di Lee [12] basata sulle “directional Frequency Response Function” (dFRF). Le dFRF trattano coppie di segnali di eccitazione e spostamento come segnali di ingresso ed uscita di tipo complesso. Per poter applicare tale tecnica è necessario disporre di almeno 4 segnali, e quindi, eccitando il disco in almeno un punto, ricavare un segnale di forza, e misurare gli spostamenti in almeno tre punti su una circonferenza del disco, sfasati di un angolo α . Indicando con H_{ij} la FRF tra l'ingresso i -esimo e l'uscita j -esima, la dFRF “normale” (${}_nH$) e “opposta” (${}_rH$) sono date da:

$$\begin{aligned} 2_{}_nH(j\omega) &= H_{11}(j\omega) + H_{22}(j\omega) - j[H_{21}(j\omega) - H_{12}(j\omega)] \\ 2_{}_rH(j\omega) &= H_{11}(j\omega) - H_{22}(j\omega) + j[H_{21}(j\omega) + H_{12}(j\omega)] \end{aligned} \quad (2)$$

Se si considerano per semplicità due coppie uscita/ingresso coincidenti e sfasate tra di loro di un angolo α , si può facilmente verificare [12] che, per i modi con n tale da soddisfare la condizione $\sin(n\alpha)=1$, in ${}_rH$ non compare nessuno dei quattro picchi normalmente presenti mentre in ${}_nH$ compaiono invece i soli due picchi relativi all'onda concorde e discordi e non compaiono i picchi coniugati. Il picco presente a frequenze positive è quello relativo all'onda concorde e nel diagramma a cascata la traccia dei picchi sarà inclinata verso destra, quello presente a frequenze negative è invece quello relativo all'onda discordi e la traccia

corrispondente sarà ancora inclinata verso destra. In altre parole nella dFRF normale le onde concordi e discordi si separano quando:

$$n\alpha = (4k + 1)\pi/2, \quad k = 0,1,2,\dots \quad (3)$$

Per i modi che soddisfano invece la condizione $\sin(n\alpha) = -1$, cioè per

$$n\alpha = (4k + 3)\pi/2, \quad k = 0,1,2,\dots \quad (4)$$

in ${}_nH$ sono assenti i picchi delle onde concorde e discordi, e rimangono quelli relativi alle onde coniugate. La traccia di questi picchi nei diagrammi a cascata risulta inclinata verso sinistra. In ${}_nH$ sono di nuovo assenti tutti i picchi di tali modi.

Si ha quindi che la posizione angolare tra i sensori risulta essenziale e deve essere decisa a priori in relazione al modo che si vuole evidenziare. La Tabella 2 contiene un sommario degli angoli normalmente utilizzati. Ad esempio eseguendo un'analisi con i sensori posti in maniera tale che $\alpha = \pi/2$ le onde concordi e discordi associate ai modi $(1,\bullet)$ e $(5,\bullet)$ nella ${}_nH$ sono separati, cioè compariranno i picchi delle onde concordi nel quadrante di destra e quelli delle onde discordi nel quadrante di sinistra. Allo stesso modo i modi $(3,\bullet)$ e $(7,\bullet)$ saranno separati ma compariranno invertiti e cioè quelli discordi nel quadrante di destra e quelli concordi in quello di sinistra. Tutti questi modi comunque non compariranno nella dFRF opposta. La individuazione dei vari modi risulta poi possibile conoscendo la corrispondente banda di frequenze occupata e la dipendenza della traccia dei picchi dalla velocità di rotazione, oppure eseguendo altri rilievi sperimentali variando opportunamente l'angolo tra i sensori.

Con tale metodo sono state analizzate le esperienze eseguite con $\alpha = \pi/2$ e $\pi/4$. Si è però dovuto considerare come segnale di eccitazione lo spostamento assiale della mola poiché non si disponeva di un sensore di forza. Si sono poi utilizzati i segnali di tre sensori acquisiti contemporaneamente e posizionati in maniera tale che rispetto alla mola fossero indietro, coincidenti e avanti di un angolo α .

Tabella 2 – Elenco modi separati in funzione della distanza tra i sensori

Distanza angolare tra le posizioni α	Modi distinti (n,m)	Modi coniugati distinti (n,m)
$\pi/2$	$(1,\bullet),(5,\bullet),(9,\bullet),\dots$	$(3,\bullet),(7,\bullet),(11,\bullet),\dots$
$\pi/4$	$(2,\bullet),(10,\bullet),\dots$	$(6,\bullet),(14,\bullet),\dots$
$3\pi/2$	$(3,\bullet),(7,\bullet),(11,\bullet),\dots$	$(1,\bullet),(5,\bullet),(9,\bullet),\dots$
$\pi/8$	$(4,\bullet),(20,\bullet),\dots$	$(12,\bullet),(28,\bullet),\dots$
$3\pi/4$	$(6,\bullet),(14,\bullet),\dots$	$(2,\bullet),(10,\bullet),\dots$

5.2 Analisi modale sperimentale

Sono state eseguite prove di affilatura su dischi di spessore diverso a diverse velocità di rotazione. I sensori sono stati sfasati tra loro di un angolo di 90° . In Figura 4 è riportata la FFT dei segnali relativa al disco di spessore 1 mm, mentre in Figura 5 sono riportate le corrispondenti dFRF normale e opposta.

Osservando la FFT riportata in Figura 4 si possono notare la frequenza naturale relativa al modo $(3,0)$, presente solo con le tracce relative ai modi coniugati e dunque inclinate verso sinistra, e le tracce della frequenza naturale del modo $(5,0)$, inclinate verso destra. La frequenza naturale relativa al modo $(4,0)$ è invece presente con le quattro tracce. Le frequenze naturali relative ai modi $(1,0)$ e $(2,0)$ risultano invece di difficile individuazione poiché

sovrapposte. Nelle dFRF normale e opposta, riportate in Figura 5, si hanno le stesse informazioni del grafico di Figura 4 anche se con picchi più accentuati poiché normalizzati rispetto all'ingresso. Nella dFRF opposta si distingue invece nettamente la componente del modo (2,0). E' così possibile distinguere anche nella FFT o nella dFRF normale le tracce dei modi (1,0) da quelle dei modi (2,0).

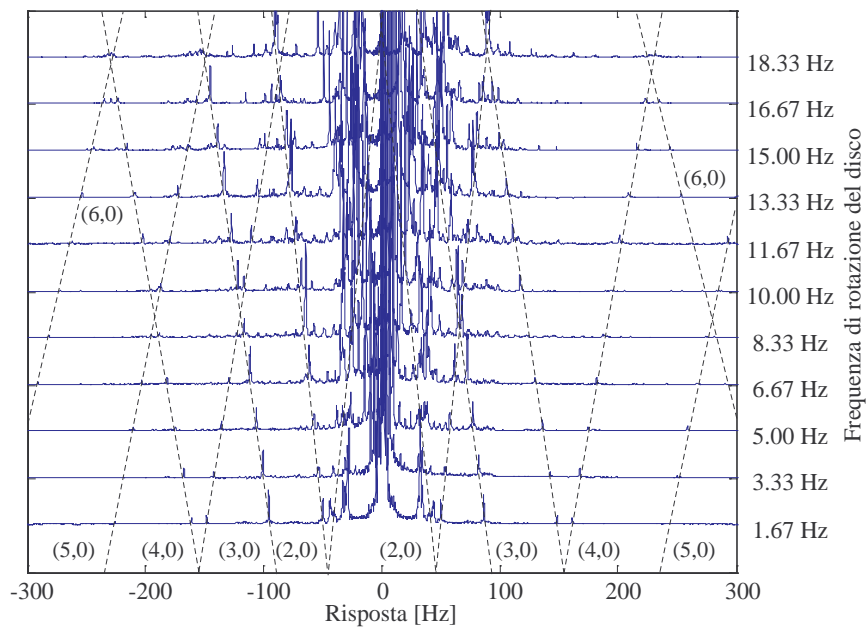


Figura 4 – FFT; affilatura intermittente disco da 1 mm di spessore

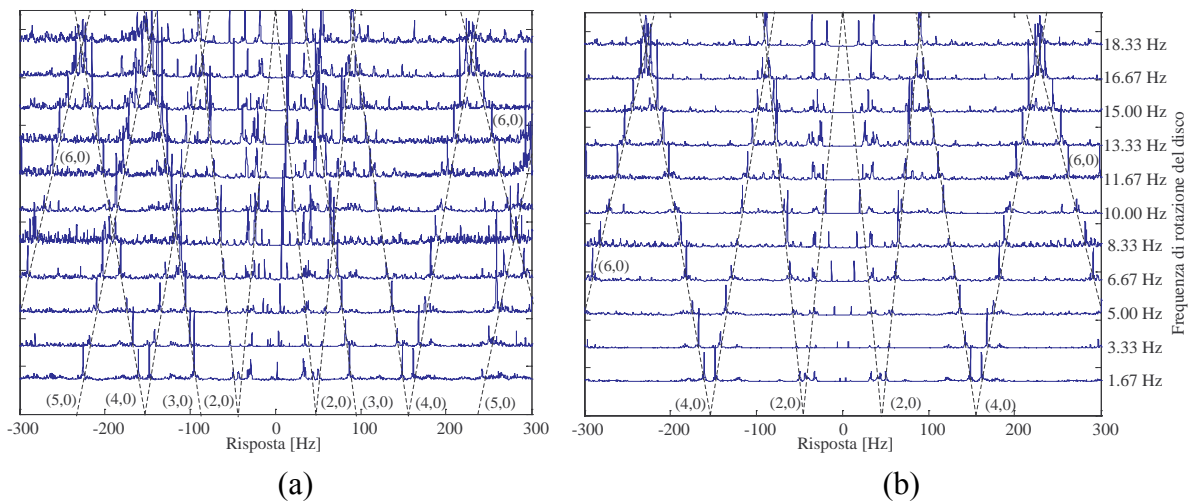


Figura 5 – dFRF normale (a) e opposta (b)

Le dFRF sono molto efficaci per l'analisi modale, cioè per l'assegnazione dei picchi all'opportuno modo, soprattutto a bassa frequenza o comunque per zone del campo spettrale in cui i modi "apparenti" si vengono a sovrapporre. La dFRF è stata concepita infatti allo scopo di individuare l'origine modale dei vari picchi anche con i risultati di una sola esperienza effettuata alla velocità di rotazione di interesse. I risultati dell'analisi modale sperimentale dei due dischi di spessore diverso, riassunti nella Tabella 1, sono in buon accordo con i risultati teorici.

Per quanto riguarda il gruppo mola, le prime frequenze proprie flessionali dell'alberino portamola sono state ottenute utilizzando un martello strumentato, eccitando l'alberino in

prossimità della mola e rilevando il segnale dell'accelerometro in posizione diametralmente opposta. Tali frequenze sono risultate pari a circa 50, 72 e 85 Hz, decisamente più basse di quelle calcolate per la struttura del supporto.

5.3 Analisi sperimentale del processo di affilatura

E' stata dunque condotta una campagna di prove al fine di comprendere l'origine delle vibrazioni che nascono durante l'affilatura. Si riporta a titolo di esempio in Figura 6 la FFT complessa (considerando due segnali di spostamento sfasati di 90°) dell'affilatura intermittente effettuata sul disco dallo spessore di 3 mm al variare della velocità di rotazione, nella fase di affilatura e in quella successiva.

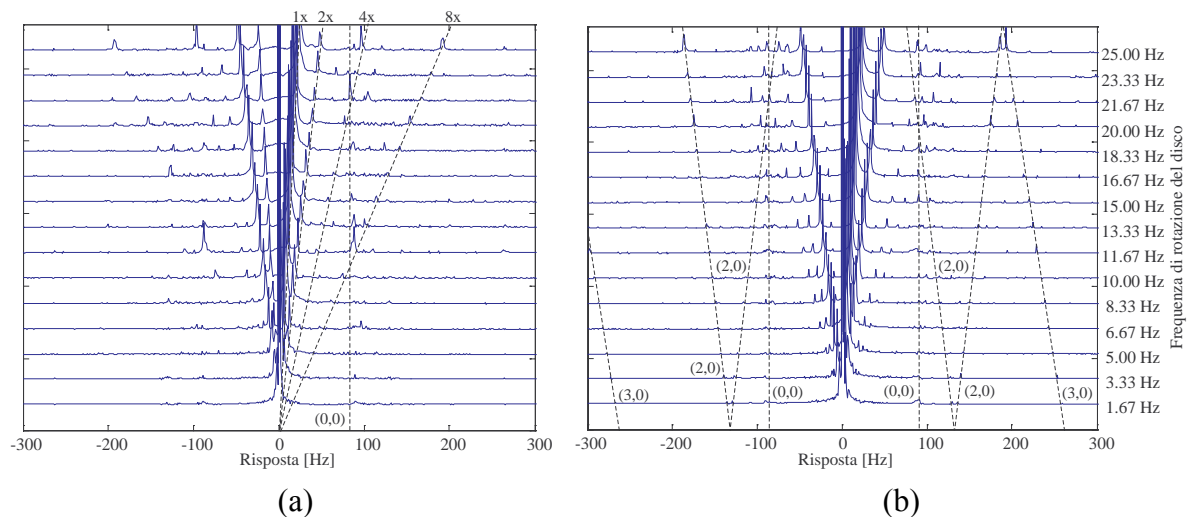


Figura 6 – FFT fase di affilatura (a) e fase successiva (b) per disco da 3 mm e mola diritta

Si nota intanto la presenza di picchi relativi alle armoniche della rotazione del disco e che le prime 2 armoniche hanno picchi di gran lunga superiori agli altri. Si deve però tenere presente che si tratta di segnali di spostamento mentre dal punto di vista energetico anche la frequenza ha la sua importanza. Le armoniche sono presenti anche prima dell'affilatura e quindi sono dovute principalmente a difettosità nel disco rotante. Si nota inoltre che durante l'affilatura compare un picco alla frequenza costante di circa 90 Hz che cresce notevolmente in corrispondenza delle armoniche, dalla 4^a all'8^a. Al cessare dell'affilatura tale picco praticamente scompare mentre compaiono i picchi delle onde concordi e discordi relative ai modi propri del disco libero. Si fa notare che in prossimità di tale frequenza si hanno sia una frequenza propria flessionale dell'albero porta-mola (85Hz), sia la frequenza del modo (1,0) del disco (100 Hz). Tale situazione sarebbe compatibile con l'instaurarsi di una situazione instabile da lock-in per la presenza di attrito all'interfaccia ma, osservando i diagrammi in cascata, si può escludere tale fenomeno, mentre appare evidente il verificarsi di fenomeni di risonanza.

E' stata dunque condotta una campagna di prove al fine di evidenziare l'effetto della durata dell'affilatura, del precarico sulla mola, dell'inclinazione della mola, della velocità relativa mola-pezzo. Per studiare l'effetto della durata dell'affilatura sono state eseguite una serie di prove variando sia la durata della singola affilatura (da 1 a 5 secondi) che cambiando la frequenza di affilatura nelle prove di affilatura ripetuta. Si sono poi eseguite le stesse prove variando il precarico della mola di comando della mola (25-50 N per il disco da 3 mm di spessore, 4-8 N per il disco da 1 mm), cambiando l'inclinazione della mola rispetto al disco (0° e 2° in opposizione) e bloccando il movimento rotatorio della mola. Il set di prove è stato ripetuto su dischi di spessore diverso. Tuttavia, per quanto riguarda il disco più sottile, i

segnali della fase di affilatura non sono stati sempre ritenuti utilizzabili per l'analisi, a causa dell'incertezza del contatto tra mola e disco dovuto al basso valore di precarico della molla, che d'altra parte non può essere aumentato, data la notevole cedevolezza del disco.

Dall'analisi della FFT complessa delle varie prove è stato possibile individuare alcune tendenze. Al diminuire della durata dell'affilatura si è notata solamente una minore entità del rumore diffuso e dei picchi dell'affilatura. Con metà carico sulla molla si è notata la comparsa di picchi significativi anche per la 4^a armonica e in generale più picchi di minore entità non addensati su particolari frequenze ma distribuiti. I risultati delle prove con mola inclinata (Figura 7), confrontati con quelli ottenuti con la mola diritta (Figura 6), hanno evidenziato un aumento del rumore distribuito ed un contemporaneo accentuarsi dei picchi. Questo fenomeno può essere spiegato dal fatto che a mola inclinata, anche in assenza d'attrito i modi flessionali dell'albero porta-mola possono accoppiarsi con i modi flessionali del disco.

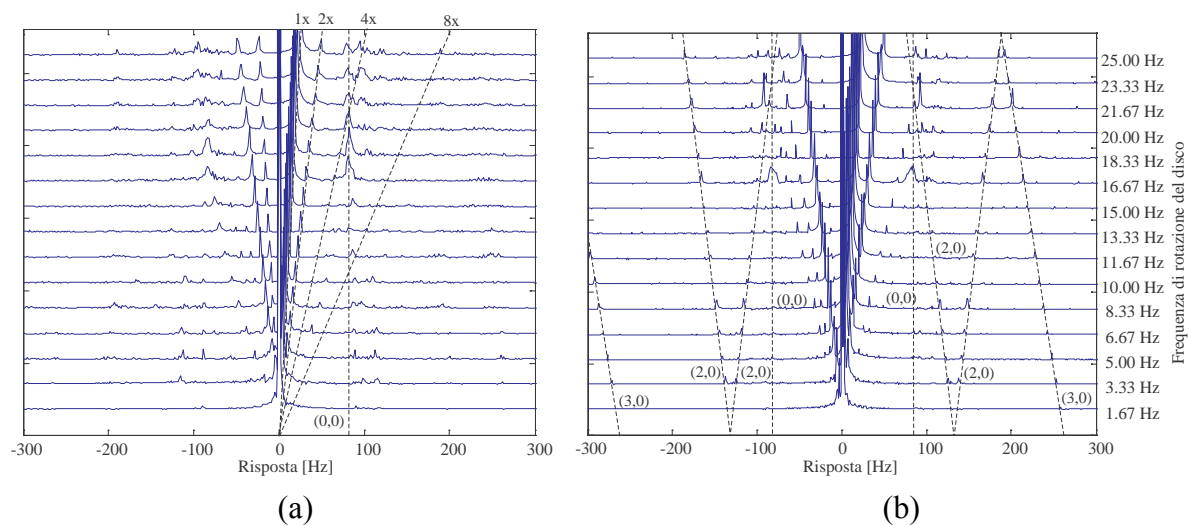


Figura 7 – FFT fase di affilatura (a) e fase successiva (b) per disco da 3 mm e mola inclinata

Le prove eseguite invece bloccando la rotazione della mola hanno mostrato un minor numero di armoniche e un'attenuazione dei picchi. Ciò può essere legato sia al fatto che viene meno l'eccitazione dovuta alla rotazione e difettosità della mola che alla diminuzione del coefficiente di attrito dovuto al passaggio da condizioni di rotolamento-strisciamento a condizioni di strisciamento puro.

L'attrito risulta essere un parametro influente sulla risposta del sistema. Al fine di variare in maniera significativa il coefficiente di attrito dinamico, sono state eseguite anche una serie di prove irrorando la zona di affilatura con dell'acqua. Queste prove hanno mostrato in generale un abbassamento e allargamento dei picchi e un lieve spostamento delle frequenze naturali, più evidente nel caso del disco da 1 mm.

6. CONCLUSIONI

L'indagine condotta ha permesso di mettere in luce il comportamento vibratorio di un disco flessibile posto in rotazione e l'influenza delle interazioni mola-disco. Un'esauritiva campagna di prove abbinata all'utilizzo di strumenti di analisi numerica non tradizionali ha permesso di caratterizzare il comportamento vibratorio del disco in rotazione individuando frequenze e modi propri e condizioni di risonanza al variare delle condizioni di interfaccia.

Le prove hanno inoltre evidenziato l'influenza di vari parametri operativi e geometrici sul processo di affilatura, in particolare dell'attrito al contatto tra mola e disco e dell'inclinazione

della mola sul livello di vibrazione. Ciò, in aggiunta alla vicinanza di alcune frequenze proprie del disco e del gruppo mola, rendono possibile l'instaurarsi di instabilità da lock-in durante l'affilatura. Indagini sperimentali più mirate, rese possibili dalla versatilità dell'attrezzatura realizzata, sono in programma per studiare a fondo questo fenomeno.

BIBLIOGRAFIA

- [1] B. Bartalucci, G. G. Lisini, and P. C. Pinotti, "Grinding at variable speed," presented at Advances in Machines Tool Design and Research, Geneva, 1971.
- [2] S. C. Huang and W. J. Chiou, "Modeling and vibration analysis of spinning-disk and moving-head assembly in computer storage systems," *Transactions of the ASME Journal of Vibration and Acoustics*, vol. 119, pp. 185-191, 1997.
- [3] T. Hamabe, I. Yamazaki, K. Yamada, H. Matsui, S. Nakagawa, and M. Kawamura, "Study of a method for reducing drum brake squeal," *Sae Transactions*, vol. 108, pp. 523-529, 1999.
- [4] C. D. Mote Jr., "Stability of circular plates subjected to moving loads," *Journal of The Franklin Institute*, vol. 290, pp. 329-344, 1970.
- [5] S. A. Tobias and R. N. Arnold, "The influence of dynamical imperfection on the vibration of rotating disks," *Proceedings of Mechanical Engineers*, vol. 171, pp. 669-690, 1957.
- [6] H. Mehdigholi, "Forced vibration of rotating disks and interaction with non-rotating structures," in *Dynamic Section, Department of Mechanical Engineering*. London: Imperial College of Science, Technology and Medicine - University of London, 1991, pp. 244.
- [7] H. Ouyang, J. E. Mottershead, M. P. Cartmell, and M. I. Friswell, "Friction-induced parametric resonance in disks: effect of a negative friction-velocity relationship," *Transactions of the ASME Journal of Vibration and Acoustics*, vol. 209, pp. 251-264, 1998.
- [8] C. Carmignani, P. Forte, and E. Rustighi, "Analisi delle vibrazioni nell'affilatura di lame a disco," presented at XXX Convegno Nazionale dell'Associazione Italiana per l'Analisi delle Sollecitazioni, Alghero (SS), Italy, 2001.
- [9] C. Carmignani, P. Forte, and E. Rustighi, "Theoretical and experimental investigation on the dynamic behaviour of disc blades during sharpening," presented at IFToMM Sixth International Conference on Rotor Dynamics, University of New South Wales, Sydney, Australia, 2002.
- [10] S. M. Vogel and D. W. Skinner, "Natural frequencies of transversely vibrating uniform annular plates," *Transactions of the ASME Journal of Applied Mechanics*, vol. 32, pp. 926-931, 1965.
- [11] A. Tuchinda, N. P. Hoffmann, D. J. Ewins, and W. Keiper, "Mode Lock-in Characteristics and Instability Study of the Pin-on-disc System," presented at IMAC-XIX: A Conference on Structural Dynamics, Hyatt Orlando Kissimmee, Florida, 2001.
- [12] C. W. Lee and M. E. Kim, "Separation and identification of travelling wave modes in rotating disk via directional spectral analysis," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 187, pp. 851-864, 1995.