

SESSIONE B DINAMICA

**IDENTIFICAZIONE DEI COEFFICIENTI DINAMICI DI SISTEMI
MECCANICI TRAMITE LA TECNICA DELLE FUNZIONI
MODULANTI**

C. Carmignani, P. Forte, E. Rustighi

*Dipartimento di Ingegneria Meccanica, Nucleare e della Produzione,
Università di Pisa, Facoltà di Ingegneria, Via Diotisalvi 2, 56126 PISA
E-mail: carmi@ing.unipi.it, p.forte@ing.unipi.it, e.rustighi@ing.unipi.it*

keywords: experimental identification, dynamic coefficients, hydrodynamic bearing

L'obiettivo del presente lavoro è quello di utilizzare il metodo delle funzioni modulanti, finora adottato solo per l'identificazione delle caratteristiche di sistemi elettrici ed elettronici, per l'identificazione di sistemi meccanici.

A tale scopo è stata realizzata un'attrezzatura per l'identificazione di un semplice sistema ad uno e due gradi libertà. Il segnale di ingresso, come rumore bianco, viene introdotto per mezzo di un attuatore piezoelettrico il quale impone lo spostamento ad un estremo di una molla. Appropriati sensori di spostamento rilevano lo spostamento imposto e quello conseguente della massa. Minimizzando la differenza tra la risposta del modello teorico, valutata nel dominio del tempo, e la risposta misurata del sistema reale sottoposto alla stessa eccitazione, si determinano i coefficienti dinamici caratteristici del sistema. Prima di eseguire le prove sperimentali, il processo identificativo è stato simulato al computer, valutando l'errore al variare di diversi parametri.

Il lavoro condotto ha permesso di mettere in luce, anche mediante il confronto con altre tecniche, i vantaggi ed i limiti della tecnica identificativa delle funzioni modulanti ed i soddisfacenti risultati ottenuti hanno portato ad estenderla anche all'identificazione di sistemi meccanici più complessi come i cuscinetti idrodinamici di cui si riportano i primi risultati.

1. INTRODUZIONE

La simulazione numerica di un determinato fenomeno fisico richiede, oltre ad un buon modello teorico che lo descriva, l'identificazione sperimentale dei coefficienti del modello adottato, per poter prevedere e controllare il comportamento dinamico del sistema reale. Inoltre i coefficienti reali variano nel tempo e per il controllo del sistema può essere necessaria un'identificazione ripetuta.

I metodi di identificazione, indipendentemente dal tipo di modello del sistema adottato, possono essere sviluppati sia nel dominio del tempo che delle frequenze.

Mentre l'identificazione nel dominio delle frequenze mira in genere a identificare la funzione di trasferimento armonica del sistema, le tecniche di identificazione nel dominio del tempo tendono a ricostruire il segnale partendo dagli andamenti temporali dei segnali sperimentali. Il principio fondamentale delle tecniche di identificazione è quello di minimizzare la differenza tra la risposta analitica, valutata nel dominio del tempo o delle frequenze, e la risposta misurata del sistema reale sottoposto alla stessa eccitazione. Le metodologie per minimizzare tale differenza sono molte ma tutte riconducibili ad un approccio di minimi quadrati.

L'idea di adottare le funzioni modulanti per l'identificazione di sistemi risale agli anni sessanta, quando Shinbrot [1] suggerì di applicare una trasformazione integrale per ridurre gli effetti negativi del rumore. Successivamente molti ricercatori hanno concentrato la loro attenzione su questa tecnica ed in particolare sulla sua applicazione a sistemi non lineari e sulla scelta del tipo di funzione più efficace. Balestrino et al. [2] hanno proposto una tecnica per l'identificazione di sistemi continui con ritardi multipli in ingresso soggetti a ritardo che prevede l'utilizzo di funzioni modulanti del tipo spline. Questa tecnica ha mostrato i seguenti vantaggi: a) il sistema di equazioni differenziali che descrive l'equilibrio dinamico è sostituito da un sistema di equazioni algebriche; b) non c'è bisogno di derivare il segnale; c) l'identificazione è effettuata direttamente nel dominio continuo del tempo; d) la tecnica è robusta nei confronti del rumore.

Finora questo metodo è stato adottato solo per l'identificazione delle caratteristiche di sistemi elettrici ed elettronici dando ottimi risultati. L'obiettivo del presente lavoro è quello di utilizzarlo per l'identificazione di modelli meccanici a partire da un semplice sistema meccanico ad un grado di libertà costituito da una massa ed una molla per poi estenderlo ad un sistema più complesso costituito da un rotore flessibile supportato da un cuscinetto idrodinamico liscio.

Per quanto riguarda quest'ultima applicazione, di notevole interesse pratico, è noto che nella dinamica dei rotori il cuscinetto idrodinamico viene comunemente rappresentato analiticamente da 8 coefficienti linearizzati, ma tale modello è del tutto privo di valore se non identificato sperimentalmente. Molti lavori sono stati dedicati alla determinazione sperimentale dei coefficienti dinamici dei cuscinetti [3-10] con diverse tecniche nel dominio del tempo e della frequenza, e diverse modalità di eccitazione dell'albero o, alternativamente, della sede del cuscinetto: da orbite forzate [3,4], a forze armoniche asincrone [4-6], a forze impulsive unidirezionali [7-9], a rumore bianco [10]. Un problema comune ai vari metodi è comunque la sensibilità al rumore e l'applicabilità sul campo.

2. LA TECNICA IDENTIFICATIVA DELLE FUNZIONI MODULANTI

Le funzioni modulanti $F(t)$ sono funzioni che godono delle seguenti proprietà:

$$\Phi(t) = \begin{cases} \Phi(t) & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$\frac{d^i \Phi(t)}{dt^i} \exists \forall i \quad (1)$$

$$\Phi^i(0) = \Phi^i(T) = 0 \forall i$$

dove T è il periodo dell'intervallo di modulazione.

La scelta delle funzioni modulanti è una scelta empirica. Se si considerano gruppi di funzioni modulanti del tipo :

$$\Phi_n = \{ \varphi_{n,j} \} \quad j = 0, 1, \dots, n \quad (2)$$

dove $\varphi_{n,j}$ è la funzione modulante di ordine j del gruppo di ordine n, Φ_n . Si ottiene un gruppo di funzioni modulanti di tipo *spline* se si considera come funzione modulante di ordine n la funzione:

$$J_{n,n} = \sum_{i=1}^N (-1)^n \binom{n}{i} \mathbf{1}(iT - t) \quad (3)$$

Il gruppo è ottenuto per successive integrazioni di questa funzione detta funzione "radice". Poiché la funzione "radice" è costituita da un insieme di impulsi, generalmente l'ordine della funzione *spline* è scelto in modo tale da essere maggiore dell'ordine del sistema.

Avendo già a disposizione un modello fisico che permette di descrivere il comportamento dinamico del sistema,

$$\sum_{i=0}^m b_i \frac{d^i y}{dt} = \sum_{i=0}^n a_i \frac{d^i u}{dt} \quad m \geq n \quad b_0 = 1 \quad (4)$$

si moltiplicano ambo i membri della (1) per $\Phi(t)$ e si integrano tra t e T+t

$$\sum_{i=0}^m b_i \int_t^{t+T} \Phi(t) \frac{d^i y}{dt} dt = \sum_{i=0}^n a_i \int_t^{t+T} \Phi(t) \frac{d^i u}{dt} dt \quad (5)$$

Integrando per parti e considerando la proprietà delle funzioni modulanti di annullarsi agli estremi del periodo si ha :

$$\sum_{i=0}^m b_i (-1)^i \int_t^{t+T} \Phi^{(i)} y dt = \sum_{i=0}^n a_i (-1)^i \int_t^{t+T} \Phi^{(i)} u dt \quad (6)$$

che è un'equazione algebrica nei parametri incogniti b_i , in cui compaiono solo i segnali, normalmente rumorosi, e non le loro derivate.

Per effettuare l'identificazione si impone un segnale di eccitazione (in genere rumore bianco perché con alto contenuto di frequenze) agli ingressi del sistema da identificare e si misurano le uscite del sistema. Effettuando un'integrazione discreta di Simpson si ottiene un'equazione algebrica per ciascuna equazione differenziale. Eccitando il sistema per un tempo sufficientemente lungo e dividendo i dati acquisiti in sottointervalli (della grandezza della cosiddetta finestra di identificazione) si possono ottenere molteplici equazioni. Ottenendo più equazioni del necessario è possibile adottare la pseudoinversa per risolvere il sistema (approccio di soluzione a norma minima).

Un passo delicato in tale processo identificativo è la scelta della finestra di identificazione (T). Infatti l'operazione di integrazione del processo identificativo costituisce un filtro passa-basso la cui frequenza di taglio è proporzionale a 1/T ed è inoltre strettamente legata al tipo di funzione modulante. Una finestra piccola implica una banda larga e quindi si prendono in esame anche componenti del segnale dovute al rumore. Una finestra grande implica al

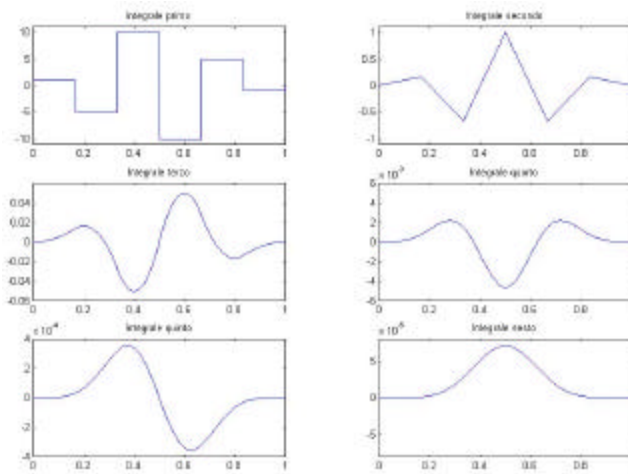


Fig.1 Funzioni modulanti

contrario una banda stretta e quindi con il rischio che alcune componenti del segnale siano soppresse. Gli autori suggeriscono che una buona soluzione è quella di scegliere una finestra dello stesso ordine di grandezza della costante di tempo dominante del sistema meccanico.

La tecnica di identificazione è stata implementata in un programma sviluppato in ambiente Matlab, adattando opportunamente un sorgente messo a disposizione dai suoi

ideatori [2].

3. APPLICAZIONE A SISTEMI MECCANICI

3.1 Il sistema a un grado di libertà

La prima applicazione considerata per provare l'efficacia del metodo è il sistema meccanico più semplice, costituito da una massa, una molla ed uno smorzatore. Il metodo di identificazione con le funzioni modulanti necessita della definizione del modello matematico rappresentante il sistema fisico.

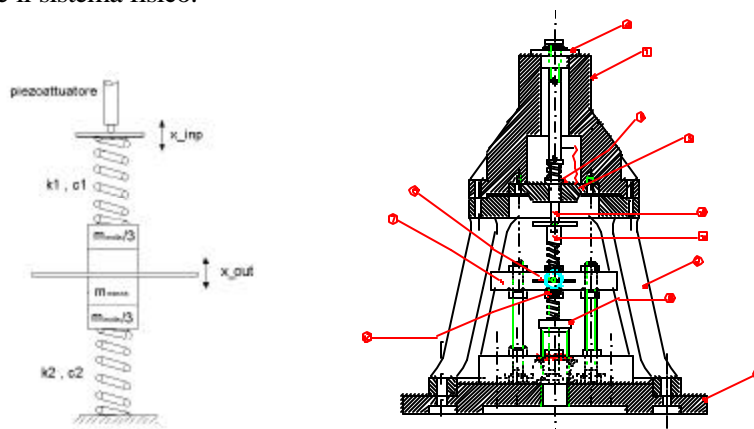


Fig.2 Schema del sistema ad 1 grado di libertà (a) e dispositivo sperimentale (b)

Perciò, facendo riferimento allo schema di Fig.2, sono state fatte le seguenti ipotesi:

- a) le molle sono considerate aventi massa concentrata alle estremità, che si ricava mediante un'equivalenza energetica; in questo modo il modello terrà conto solamente della prima pulsazione naturale mentre in realtà, a causa della reale distribuzione di massa delle molle, il sistema presenta più frequenze di risonanza; la validità del modello utilizzato è legata dunque al fatto che le pulsazioni naturali superiori alla prima, siano caratterizzate da ampiezze d'oscillazione trascurabili rispetto a quella fondamentale;

b) essendo lo smorzamento reale del sistema in parte isteretico e in parte coulombiano si considera un coefficiente di smorzamento viscoso, equivalente dal punto di vista dell'energia dissipata.

Di conseguenza l'equazione di equilibrio risulta :

$$m_{eq}\ddot{x}_o(t) + c_1(\dot{x}_o(t) - \dot{x}_i(t)) + k_1(x_o(t) - x_i(t)) + c_2\dot{x}_o(t) + k_2x_o(t) = 0 \quad (7)$$

Applicando il metodo delle funzioni modulanti l'equazione diventa

$$m_{eq} \int_0^T \ddot{\Phi}(t)x_o(t)dt + c_1 \int_0^T \dot{\Phi}(t)(x_o(t) - x_i(t))dt + k_1 \int_0^T \Phi(t)(x_o(t) - x_i(t))dt + c_2 \int_0^T \dot{\Phi}(t)x_o(t)dt + k_2 \int_0^T \Phi(t)x_o(t)dt = 0 \quad (8)$$

A questo punto si impone un rumore bianco a x_i , si misurano gli spostamenti x_o e mediante integrazione si ottiene un'equazione lineare nei parametri dinamici incogniti, e molteplici equazioni dividendo il tempo di eccitazione in sottointervalli.

Per utilizzare questa tecnica, almeno uno dei parametri dinamici deve essere noto; in tal modo gli altri parametri identificati saranno normalizzati rispetto al tale termine. Nel caso specifico, l'unico parametro di cui era possibile conoscere il valore abbastanza accuratamente era la massa equivalente.

3.2 Il sistema albero-cuscinetto idrodinamico

Al fine di identificare le caratteristiche dinamiche del cuscinetto idrodinamico si è inizialmente pensato di adottare lo stesso approccio descritto sopra utilizzando uno schema come quello di Fig.3, in cui è rappresentato un albero flessibile supportato da due cuscinetti di cui uno fluidodinamico, recante una massa in prossimità di quest'ultimo.

Inizialmente era stato ipotizzato di imporre uno spostamento del tipo rumore bianco all'albero tramite due attuatori disposti a 90°. A causa però della difficoltà pratica di realizzare opportune interfacce, si è optato per un segnale impulsivo applicato con un martelletto nella mezzeria dell'albero.

Tenendo presente tale schema, si considera la seguente equazione di equilibrio basata sul modello lineare del cuscinetto idrodinamico liscio, accettabile per piccoli spostamenti dell'albero,

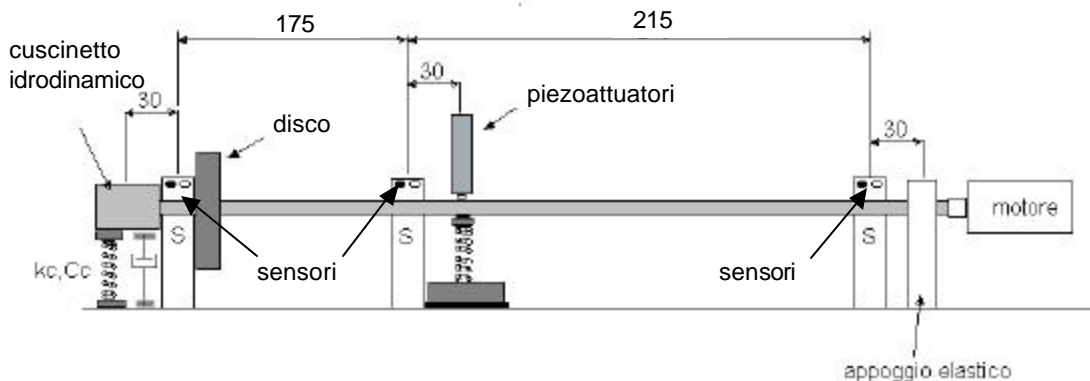


Fig.3 Schema del sistema rotore/cuscinetto idrodinamico

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{y}_1 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} \\ c_{yx} & c_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{y}_1 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_a & 0 \\ 0 & k_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_2 - x_3(\mathbf{a} + 1) - x_1\mathbf{a} \\ y_2 - y_3(\mathbf{a} + 1) - y_1\mathbf{a} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} F_{cx} \\ F_{cy} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

dove i termini al secondo membro rappresentano rispettivamente la forza eccitatrice agente sul cuscinetto trasmessa dall'albero elastico, e la forza legata allo sbilanciamento del disco rotante. Si trascura l'eventuale smorzamento interno dell'albero e la sua massa rispetto a quella concentrata sul supporto. Utilizzando le funzioni modulanti si arriva ad un sistema di 2 equazioni lineari (molteplici considerando sottointervalli temporali) nei parametri incogniti ossia nei coefficienti dinamici del cuscinetto e nello sbilanciamento statico del rotore. Per quanto riguarda i parametri noti, si può porre nota la massa equivalente e/o la rigidità dell'albero. Misurando gli spostamenti x_1 , y_1 , x_2 , y_2 , x_3 e y_3 e quindi la deformata dell'albero, è praticamente nota la forza elastica da questo esercitata sul supporto da identificare. Si procede poi come sopra.

3.3 Simulazione della tecnica identificativa

Al fine di verificare l'applicabilità della teoria delle funzioni modulanti al problema concreto, e per ottimizzare i parametri che regolano il funzionamento della tecnica di identificazione (periodo di campionamento dei segnali di ingresso e di uscita e della finestra di integrazione), prima di eseguire le prove sperimentali, si è simulato il processo identificativo al computer, con programmi sviluppati in ambiente Matlab/Simulink.

Applicando la trasformata di Laplace alle equazioni (7) e (9), rispettivamente per il sistema massa/molla e per il sistema rotore/cuscinetto, sono state implementate le relative funzioni di trasferimento nel programma di simulazione. Nel primo caso è stato simulato un ingresso del tipo rumore bianco, nel secondo sono state condotte simulazioni sia con rumore bianco che con segnale impulsivo. I coefficienti dei modelli sono stati identificati con errori trascurabili per le rigidità, più sensibili per quanto riguarda gli smorzamenti, e i segnali in uscita sono stati ricostruiti con errori intorno al 10%. Per simulare i disturbi presenti nei sistemi reali, è stato anche simulato un disturbo di tipo random per il sistema massa/molla ma l'errore sui parametri identificati si è rivelato poco sensibile, mostrando la robustezza della tecnica. Spesso però i disturbi reali sono di altro genere, come ad esempio ingressi periodici non previsti nel modello. Risulta quindi fondamentale, perché il metodo funzioni, modellare almeno tutti fenomeni dinamici di una certa rilevanza che intervengono sul sistema in esame.

4. PROVE SPERIMENTALI

4.1 Attrezzatura

Per quanto riguarda il sistema massa-molla, è stata realizzata un'apposita attrezzatura costituita da una struttura rigida, a campana, (Fig.2) in cui è alloggiata la massa di forma cilindrica (149 g), le molle (rigidità nominale di 35 N/mm), il piezoattuatore, i sensori di spostamento, il sistema di contenimento dei movimenti laterali. L'attuatore piezoelettrico è il P-840.40 della Physik Instrumente (corsa massima 60 micron, forza = -1000N/+100N, rigidità 25 N/micron). Gli spostamenti laterali sono contenuti da un sistema di molle. Gli spostamenti assiali della massa e dell'estremità della molla superiore a cui è applicato il carico sono misurati

mediante due sensori di distanza a corrente parassita della Bently Nevada (3300 NSV™ Probe) con sensibilità 7.87 mV/μm.

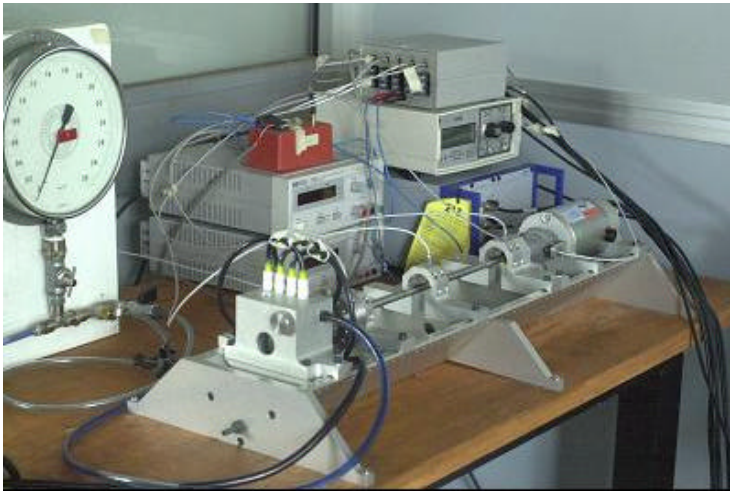


Fig.4 Foto del Rotor Kit/Whirl option

Per quanto riguarda il sistema rotore/cuscino fluidodinamico, è stato utilizzato il “Rotor-kit” della Bently Nevada, nella opzione “oil-whirl”, che è costituito da un albero di acciaio, di 10 mm di diametro, lungo 450 mm, supportato da una bronzina orientabile e da un cuscinetto trasparente in plastica acrilica a sostentazione idrodinamica, con fluido colorato per evidenziare

il meato. In prossimità del cuscinetto è stato calettato un disco da 0.8 kg e, come si può vedere anche dallo schema e dalla foto, sono stati utilizzati 6 sensori di spostamento, due per ogni sezione di misura.

Attuatori e sensori sono stati collegati ad un PC per mezzo di una scheda della National Instrument (PCI-MIO-16E-4) e di programmi di acquisizione dati sviluppati in ambiente LabVIEW™. E' stata adottata una frequenza di campionamento da 1 a 10 kHz, e di attuazione di 1kHz.

4.2 Risultati dell'identificazione sperimentale

In Fig.5 sono riportati i segnali reali e ricostruiti mediante il processo identificativo dello spostamento della massa nel sistema a un grado di libertà con relativo errore ottenuto con la tecnica delle funzioni modulanti. Il tempo di prova è di 6 s. Il numero di finestre ottimali è stato determinato sulla base della massima coerenza tra il segnale ideale e quello identificato ed è risultato essere 316. Si è inoltre notato che, prefiltrando il segnale con un filtro passa basso Butterworth ordine 6 a 800 rad/s, l'errore diminuiva. Per verificare la bontà del sistema di misura si riporta anche il grafico della coerenza tra segnale in uscita e segnale in ingresso (Fig.6). Le rigidzze identificate delle due molle sono risultate rispettivamente di 40.3 e 40.7 N/mm.

E' stato inoltre confrontato l'errore riscontrato nel segnale identificato con quello ottenuto per lo stesso sistema e gli stessi dati sperimentali utilizzando apposite routines sviluppate con la Control Toolbox di Matlab, basate sulle tecniche ARX (Fig.7). E' da notare che, mentre per dati non filtrati, l'ordine minimo del modello ARX che permette l'identificazione è superiore a quello del modello teorico adottato (ARX 441), con dati prefiltrati può essere utilizzato anche un modello di ordine più basso (ARX 221). Essendo la funzione di trasferimento corrispondente di grado più basso, è possibile in quest'ultimo caso risalire facilmente ai parametri fisici del sistema. Come si può vedere comunque, la tecnica a funzioni modulanti, oltre a permettere il calcolo dei coefficienti del modello, presenta un errore nella risposta inferiore.

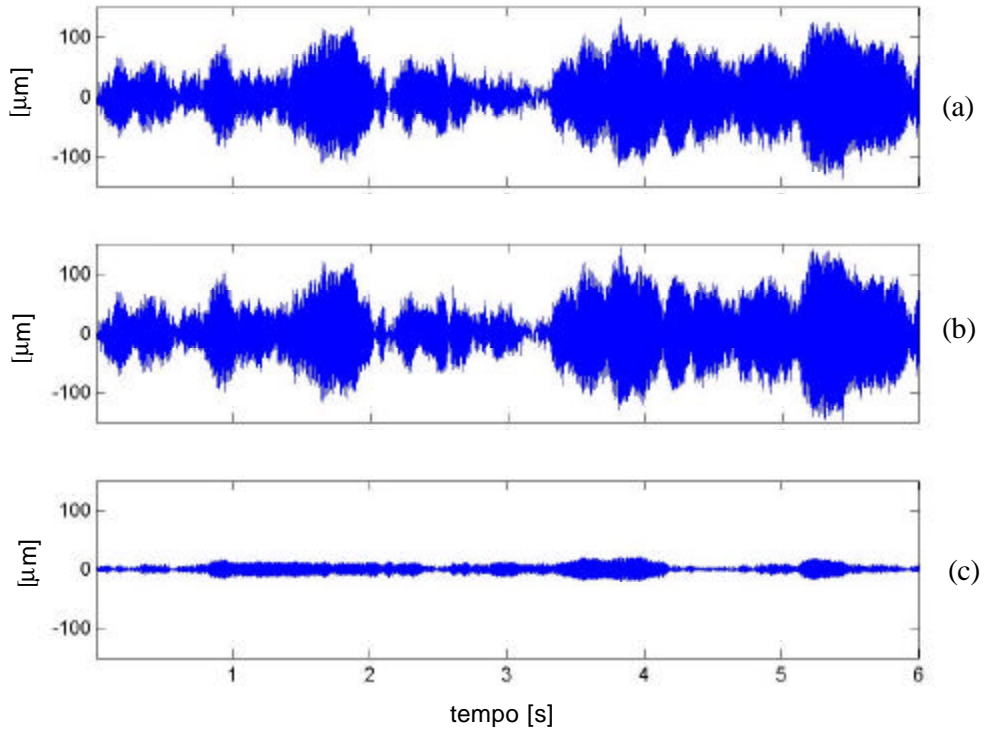


Fig.5 Spostamento della massa: segnale ricostruito (a), reale (b), differenza (c)

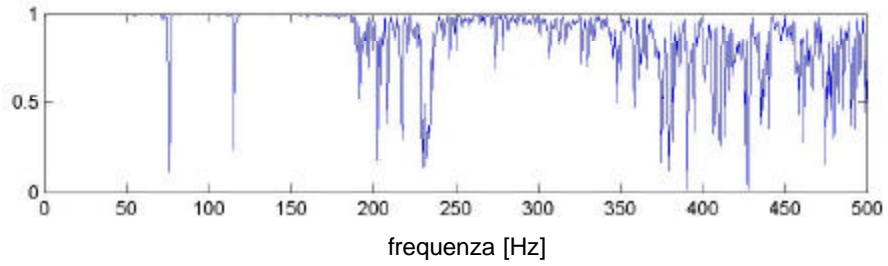


Fig.6 Coerenza tra segnale in uscita e segnale in ingresso

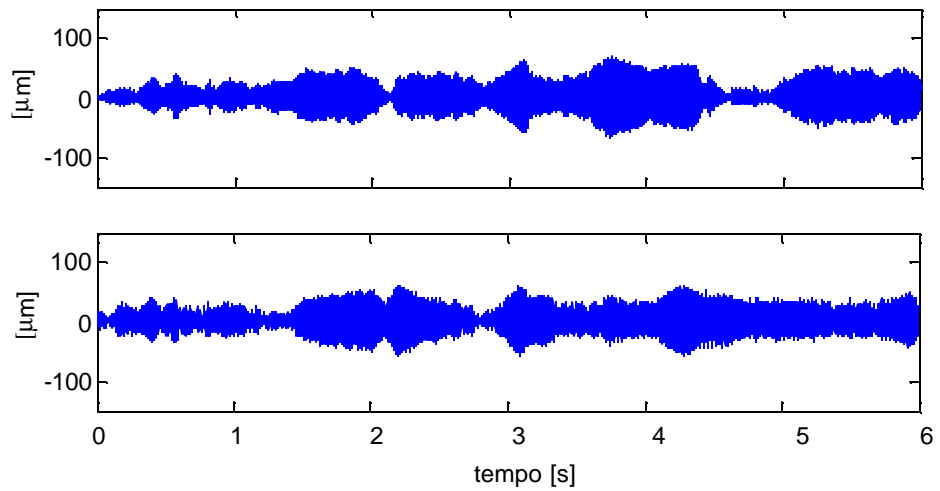


Fig.7 Differenza tra segnale ricostruito e reale ottenuta con ARX 221 filtrato e ARX441

Il modello identificato è stata validato utilizzando i segnali di un'altra prova sperimentale. In Fig.8 è riportato l'errore tra il segnale reale e quello ottenuto con il sistema identificato nella prova di validazione.

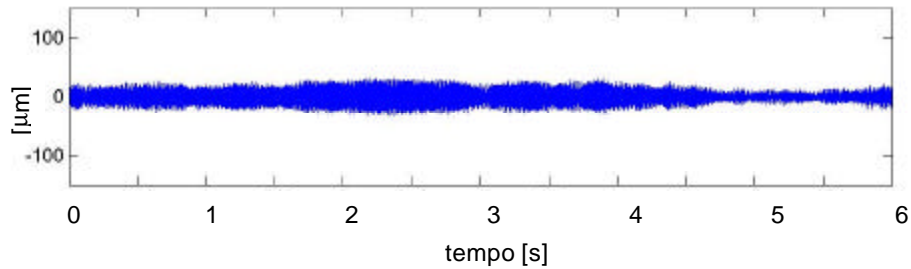


Fig.8 Differenza tra segnale ricostruito e segnale reale nella prova di validazione

Per quanto riguarda il sistema albero/cuscinetto idrodinamico si riportano in Fig.9 lo spostamento in direzione x dell'albero al cuscinetto e in Fig.10 il grafico della coerenza tra tale spostamento e lo spostamento in corrispondenza dell'applicazione del carico impulsivo. La

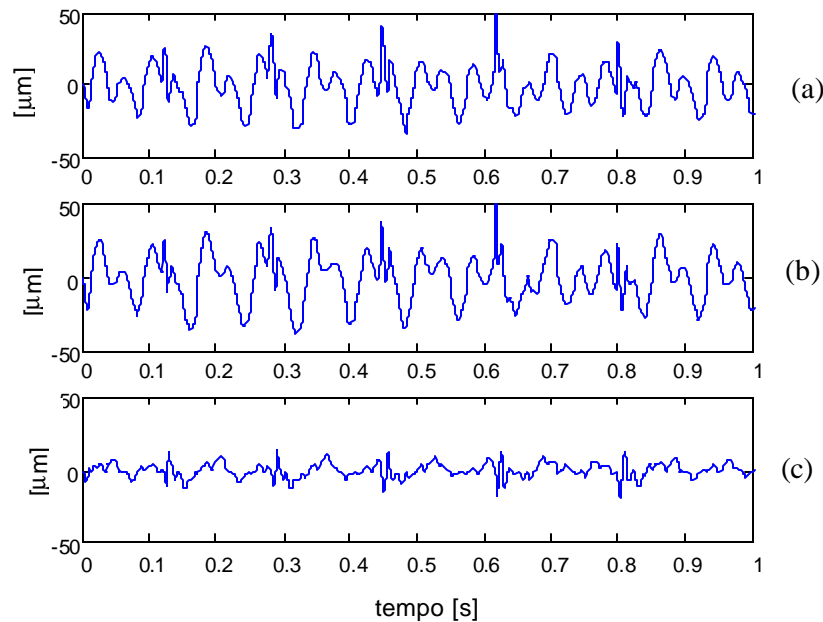


Fig.9 Spostamento x dell'albero al cuscinetto: segnale ricostruito (a), reale (b), differenza (c)

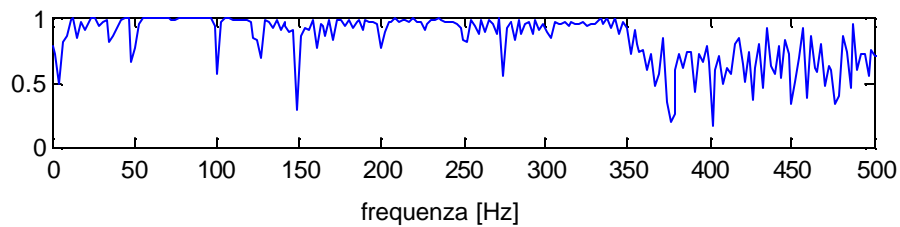


Fig.10 Coerenza tra gli spostamenti x dell'albero al cuscinetto e nel punto di applicazione del carico

prova è stata effettuata a 1500 giri/min, con una frequenza di campionamento di 360 punti/giro per una durata di 2 s. I dati sono stati filtrati con filtro passa basso a 2150 rad/sec e l'identificazione è stata eseguita con 1100 finestre temporali. Già da questi risultati preliminari, confrontando il segnale prodotto dal sistema identificato (a) e quello reale (b) e dall'errore corrispondente (c), si osserva come il processo identificativo abbia avuto un esito soddisfacente. Tuttavia si è riscontrata un'eccessiva sensibilità dei coefficienti identificati alle finestre temporali, che ha richiesto un paziente lavoro di regolazione.

5. CONCLUSIONI

L'indagine svolta sull'applicazione della tecnica delle funzioni modulanti all'identificazione dei parametri dinamici caratteristici di un sistema meccanico ha evidenziato, da un lato, la sua efficacia e accuratezza rispetto ad altri metodi, dall'altro però la necessità di disporre di una conoscenza profonda del sistema da identificare e di un modello completo. Quindi, anche per la dipendenza dei risultati dalle finestre temporali, la tecnica risulta utilizzabile da un utente particolarmente esperto.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Shinbrot M., "On the analysis of linear and non linear system", *Trans. ASME*, 79, pp. 547-552, 1957.
- [2] Balestrino A., Landi A., Sani L., "Parameter identification of continuous systems with multiple input time delays via modulating functions", *IEE Proc. D, Contr. Theory Appl.*, 147, pp. 19-27, 2000.
- [3] Parkins D.W., "Measured Characteristics of a journal bearing oil film", *J.Lub.Technol.*, 103, pp.120-125, 1981.
- [4] Casini M., Lacitignola P., Lisini G.G., Toni P., "Determinazione sperimentale delle caratteristiche dinamiche dei cuscini", *Quaderni Pignone* 43, pp.31-41, 1987.
- [5] Hisa S., Matsuura T., Someya T., "Experiments on the dynamic characteristics of large scale journal bearings", *I. Mech. E.*, pp.223-229, 1980.
- [6] Muszynka, A., Bently, D.E., Franklin, W.D., Hayashida, R.D., "Identification of modal parameters of rotating systems using perturbation techniques: part 1 & 2", *Proc. 12th Biennal ASME Conf. on Mech. Vib. and Noise*, Montreal, Canada, September 17-21, pp. 107-118, 1989.
- [7] Morton P.G., "The derivation of bearing characteristics by means of transient excitation applied directly to a rotating shaft", *IUTAM Symposium*, Lyngby/Denmark, Aug.12-16, pp.350-379, 1974.
- [8] Nordmann, R., Schollhorn, K., "Identification of stiffness and damping coefficients of journal bearings by means of the impact method", *I Mech E*, pp. 231-238, 1980.
- [9] Zhang Y.Y., Xie Y.B., Qiu D.M., "Identification of linearized oil-film coefficients in a flexible rotor-bearing system, Part I: Model and simulation, and Part II: Experiment", *J. Sound and Vibration*, 52(3), pp.531-559, 1992.
- [10] Yasuda C., Kanki H., Ozawa T., Kawakami T., "Application of random excitation technique to dynamic characteristics measurement of bearing", *Int. Conf. on Rotordynamics*, Tokio, 1986.