

Analisi delle vibrazioni nell'affilatura di lame a disco

C. Carmignani, P. Forte, F. Frenzo, E. Rustighi

Dipartimento di Ingegneria Meccanica, Nucleare e della Produzione - Università di Pisa
Via Diotisalvi 2 - 56126 PISA

e-mail: carmi@ing.unipi.it, p.forte@ing.unipi.it, frenzo@ing.unipi.it, e.rustighi@ing.unipi.it

Keywords: vibrations, instability, stick-slip, disc blade, sharpening

Sommario

Il problema delle vibrazioni che si innescano durante l'affilatura di lame è particolarmente sentito in campo cartario. Infatti l'uso di coltelli per il taglio di rotoli di carta è attualmente l'unico possibile e le vibrazioni, anche se di lieve entità, provocano una notevole perdita nella qualità e produttività del processo. In letteratura non esistono studi specifici sulle vibrazioni autoeccitate del processo di affilatura.

In questo lavoro sono presentati e discussi i risultati di un'indagine sperimentale condotta su una macchina troncatrice per rotoli di carta, che ha evidenziato le problematiche relative al processo di affilatura delle lame. Tale processo è stato quindi simulato tramite il codice esplicito LS-DYNA®, interfacciato con il codice a elementi finiti ANSYS®. Lo studio eseguito ha permesso di mettere in luce alcuni aspetti fenomenologici evidenziando i parametri di progetto fondamentali che influenzano il comportamento dinamico come rigidità, forza di contatto e velocità di rotazione angolare.

Abstract

Vibrations arising during the sharpening process of disc blades are a crucial problem in paper manufacturing for they can cause a considerable loss of quality and productivity in the paper cutting process. In the technical literature no specific works are reported but similar problems such as those related to grinding and brake discs are dealt with.

In this work the results of an experimental investigation carried out on a paper cutting machine are presented and discussed. The sharpening process of a disc blade has also been simulated by means of the explicit code LS-DYNA®, integrated with the finite element code ANSYS®. Some phenomenological aspects have been studied highlighting the most important parameters affecting them such as stiffness, contact force and rotational speed.

1. INTRODUZIONE

Il problema delle vibrazioni che si innescano durante l'affilatura di lame è particolarmente sentito in campo cartario. Infatti l'uso di lame a disco per il taglio di rotoli di carta è attualmente l'unico possibile e le vibrazioni, anche se di lieve entità, provocano una notevole perdita nella qualità e produttività del processo. A causa del fenomeno vibratorio il filo della lama presenta delle irregolarità periodiche nello spessore.

In letteratura non esistono studi specifici sulle vibrazioni autoeccitate del processo di affilatura ma alcuni lavori trattano problemi analoghi come le vibrazioni che nascono nei processi di rettifica [1,2] o quelle che nascono nei freni a disco [3-5]. Il problema di queste vibrazioni autoeccitate può essere affrontato da vari punti di vista: quello tecnologico secondo il quale la causa è l'asportazione del truciolo, quello meccanico che indaga i modi propri delle strutture e quello tribologico secondo cui la causa è il fenomeno dello *stick-slip*.

Ondulazioni comunque generate nella rotazione della mola o del pezzo, possono alimentare le vibrazioni successive del sistema, che sono strettamente legate alle forze di taglio. Nonostante le non linearità dovute a giochi e attriti, alla deformazione della zona di contatto mola pezzo, all'usura della mola, ecc., il processo di rettifica è stato studiato come un problema lineare limitandosi quindi a studiare l'insorgere dell'instabilità.

Un'analisi *multibody* è stata proposta da Lee [5] per i fenomeni vibratorii di freni a disco suggerendo una tecnica per accoppiare le matrici modali di due sistemi meccanici con attrito alla loro interfaccia. Secondo tale trattazione è la formulazione dell'interfaccia con attrito che accoppia i gradi di libertà normali e trasversali alla superficie di contatto dei due sistemi a rendere il sistema potenzialmente instabile.

Il fenomeno dello *stick-slip* interessa le basse velocità di strisciamento. Esso è legato al passaggio dalle condizioni di attrito statico a quello dinamico con coefficiente di attrito decrescente con la velocità. Se lo smorzamento nel sistema è insufficiente, si innesca un fenomeno vibratorio instabile pari alla frequenza propria del sistema smorzato. Il caso di vibrazioni da *stick-slip* di un disco flessibile, rotante rispetto ad un pattino, è

stato trattato teoricamente, tramite un modello matematico piuttosto complesso [3,4], facendo riferimento a freni e frizioni a disco. L'insorgenza dello *stick-slip* non è comunque prevedibile [6] soprattutto perché la pendenza della curva di caratterizzazione dell'attrito varia con la contaminazione, la finitura superficiale, il disallineamento delle superfici di strisciamento e altri fattori. Pertanto non esiste ancora una teoria unica che possa essere generalizzata per lo studio dell'insorgere delle vibrazioni da attrito.

In questo lavoro sono presentati e discussi i risultati di un'indagine sperimentale condotta su una macchina troncattrice per rotoli di carta, che ha evidenziato le problematiche relative al processo di affilatura delle lame. Tale processo è stato quindi simulato tramite il codice esplicito LS-DYNA[®], interfacciato con il codice a elementi finiti ANSYS[®]. Il disco è stato modellato come un corpo flessibile mentre la mola è stata trattata come un corpo rigido. Il programma permette di modellare opportunamente il contatto con attrito tra i due corpi.

Lo studio eseguito ha permesso di mettere in luce alcuni aspetti fenomenologici evidenziando alcuni parametri di progetto fondamentali che influenzano il comportamento vibratorio, come rigidità, forza di contatto e velocità di rotazione angolare.

2. APPLICAZIONE DEL DIAGRAMMA DI CAMPBELL

Lo strumento grafico classico adottato per lo studio delle vibrazioni di elementi meccanici rotanti è il diagramma di Campbell. Riprendendo lo studio di Mehdigholi [7] si può adottare il diagramma di Campbell anche per lo studio delle vibrazioni flessionali di un disco rotante. Si riassumono qui di seguito i concetti salienti, necessari ad analizzare i risultati in maniera corretta. La difficoltà principale risiede nel dover interpretare e confrontare risultati rispetto a sistemi di riferimento diversi: ad esempio si può avere un sistema di riferimento solidale all'elemento rotante nel caso di simulazione agli elementi finiti oppure un sistema di riferimento assoluto nel caso di rilevamenti sul campo (sensori di spostamento).

Si supponga di analizzare le sole vibrazioni flessionali del disco caratterizzate da diametri nodali. Si trascuri l'aumento della pulsazione naturale con la velocità di rotazione angolare dovuto all'irrigidimento. Si supponga di eccitare il bordo del disco con una forzante sinusoidale $f(t)=F_0 \cos(\omega t)$, fissa in un sistema di riferimento assoluto, posizionata ad un angolo α al tempo $t=0$ rispetto ad un sistema di riferimento cilindrico (r, θ, z) solidale al disco. Supponendo che la velocità di rotazione angolare Ω sia diretta in verso opposto a θ , indicando con n il numero dei diametri nodali, si ha che gli spostamenti assiali sul bordo sono dati da:

$$X_n(\theta, t) = -W_1 \sin[(\omega + n\Omega)t + n\alpha] \sin(n\theta) + W_2 \sin[(\omega - n\Omega)t - n\alpha] \sin(n\theta) \quad (1)$$

dove:

$$W_1 = \frac{F_0}{2m_n[(\omega + n\Omega)^2 - \omega_n^2]} \quad ; \quad W_2 = \frac{F_0}{2m_n[(\omega - n\Omega)^2 - \omega_n^2]} \quad (2)$$

in cui con m_n sono state indicate le masse modali del n^{esimo} modo.

Dall'equazione (1) si ricava che quando si eccita il disco alla pulsazione ω si misurano sul disco due componenti vibrazionali di pulsazione $\omega \pm n\Omega$ dovute a due onde controrotanti. Dall'equazione (2) si ricavano invece i valori delle pulsazioni naturali (dette apparenti perché dipendono dalla velocità di rotazione angolare) che valgono:

$$\left. \begin{aligned} \omega_{a+} &= \omega_n + n\Omega \\ \omega_{a-} &= \omega_n - n\Omega \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

In figura 1-a è rappresentato il caso in cui la pulsazione di eccitazione è minore della pulsazione naturale: in questo caso si ha risonanza per $\Omega = \Omega_r = \omega_a = \omega_n - n\Omega$ (si vede in figura che nel punto B la retta di eccitazione incontra la retta della pulsazione apparente) e si ha la prevalenza dell'onda concorde (la retta di risposta ha il valore di ω_n nel punto A). Un caso interessante si osserva per $\omega = \omega_n$ in quanto non si ha più una pulsazione di risonanza.

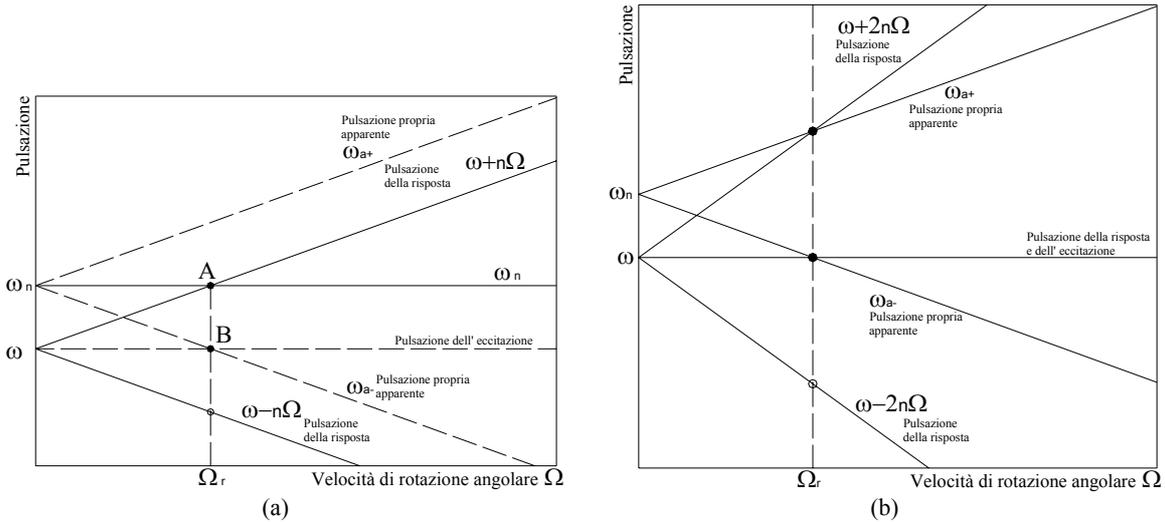


Figura 1 Diagramma di Campbell costruito rispetto ad un sistema di riferimento solidale al disco e rispetto ad un sistema di riferimento assoluto (con i pallini scuri sono state indicate le pulsazioni in risonanza)

È interessante vedere come il diagramma di Campbell si modifichi passando da un sistema di riferimento solidale al disco ad uno assoluto. Per passare ad un sistema di riferimento assoluto (r, θ_0, z) occorre porre $\theta = \theta_0 + \Omega t$ nelle equazioni precedenti. L'equazione (2) rimane invariata mentre la (1) diventa:

$$X_n(\theta_0, t) = -\frac{W_1}{2} \cos[n\theta_0 - \omega t - n\alpha] + \frac{W_1}{2} \cos[n\theta_0 + (\omega + 2n\Omega)t + n\alpha] + \frac{W_2}{2} \cos[n\theta_0 - (\omega - 2n\Omega)t + n\alpha] - \frac{W_2}{2} \cos[n\theta_0 + \omega t - n\alpha] \quad (4)$$

Dall'equazione (4) si ricava che le pulsazioni misurate con un sensore assoluto hanno tre componenti di pulsazione e precisamente ω (per due onde controrotanti) e $\omega \pm 2n\Omega$ (per le altre due onde controrotanti) mentre nel sistema di riferimento solidale al disco sono solamente due ($\omega \pm n\Omega$). Queste tre pulsazioni sono mostrate nella fig. 1-b.

3. EVIDENZE SPERIMENTALI

Le prove sono state effettuate su una lama circolare di circa 600 mm di diametro di una troncatrice per carta. Il processo di affilatura è realizzato tramite due mole a tazza, folli e contrapposte, del diametro di 100 mm , premute contro la lama per mezzo di molle. La durata dell'affilatura è di circa 0.5 s e viene ripetuta periodicamente.

Sono state effettuate alcune prove sia a macchina ferma, che durante l'affilatura.: nel primo caso la lama è stata eccitata con un martello strumentato e in alternativa avvicinando repentinamente le mole, nel secondo caso sono state simulate le condizioni di funzionamento in esercizio. La frequenza di acquisizione dei segnali è stata impostata a 5000 Hz al fine di ottenere risultati affidabili fino alla frequenza di 500 Hz , che corrisponde alla massima frequenza d'interesse.

Per l'analisi dei segnali acquisiti si è fatto uso sia di spettrogrammi, cioè di mappe degli spettri di potenza in cui compare anche la variabile temporale che permette di individuare chiaramente l'istante di insorgenza di un dato fenomeno, sia di spettri di potenza relativi alle varie fasi di funzionamento per individuare le componenti armoniche principali.

Sono state effettuate misurazioni di rotazione manuale della lama per rilevare con un trasduttore di spostamento eventuali disassamenti e irregolarità del profilo che invece sono risultati estremamente ridotti.

Per quanto riguarda le prove a disco fermo, la prima prova è stata quella di impact-testing, eseguita col martello strumentato, al fine di evidenziare le frequenze naturali con mole a contatto e non.

I grafici degli spettri di potenza del segnale accelerometrico hanno evidenziato due picchi principali a circa 180 e 270 Hz , e a disco libero uno anche a 105 Hz . C'è da osservare però che le ampiezze dei segnali dipendono molto dall'intensità dell'urto del martello e quindi dall'operatore.

Le prove di impatto sono state quindi eseguite anche utilizzando le mole come strumento di eccitazione per essere più vicini alle condizioni di funzionamento reale. Dallo spettrogramma, fig. 2, si rilevano gli istanti di chiusura (1.2 s) e di apertura (4.5 s) delle mole. Dagli spettri del segnale di un accelerometro montato sul disco

relativamente alle due fasi si rilevano, fig. 3, in chiusura i picchi principali a 105, 150, 180 e 275 Hz, mentre in apertura c'è una generale attenuazione con il massimo a 260 Hz.

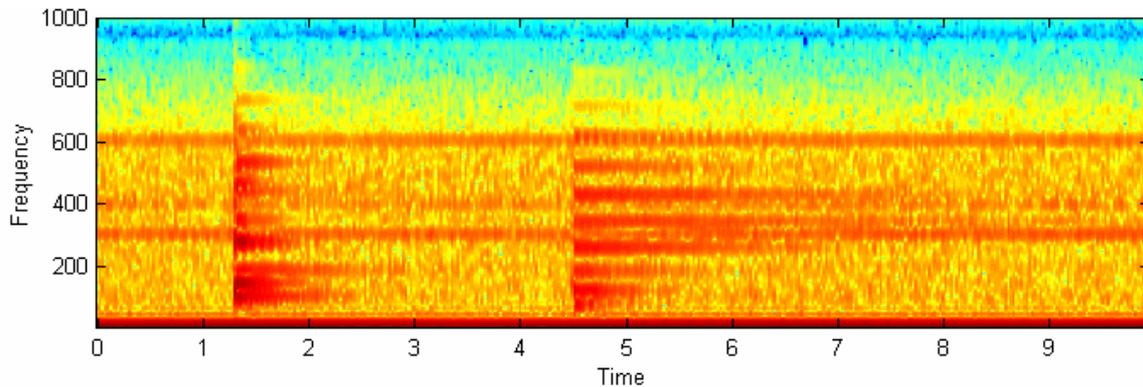


Figura 2 Spettrogramma della prova di impact-testing, apertura e chiusura delle mole

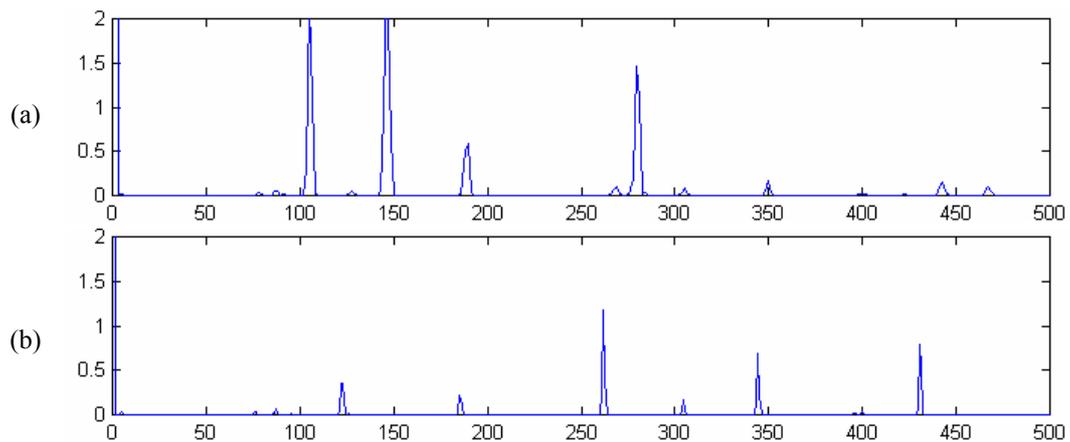


Figura 3 Power Spectral Density della prova di impact-testing, chiusura (a) e apertura (b) delle mole

Per quanto riguarda le prove di affilatura si è cercato di riprodurre le effettive condizioni di funzionamento portando la lama in rotazione a 22,2 Hz e avvicinando le mole per un tempo molto breve (intorno a 0.5 s). Agli accelerometri sono stati preferiti i trasduttori di spostamento senza contatto perché meno sensibili ai disturbi ambientali.

Dallo spettrogramma del segnale dell'affilatura singola, fig. 4, è evidente la fase di affilatura (intorno a 0.5 s) in cui la vibrazione si attenua notevolmente dopo il distacco delle mole.

Dagli spettri delle varie fasi, fig. 5, si nota la comparsa di un importante picco a 200 Hz durante l'affilatura mentre i picchi a circa 22 e 44 Hz, sempre presenti, sono riconducibili alla frequenza di rotazione del disco.

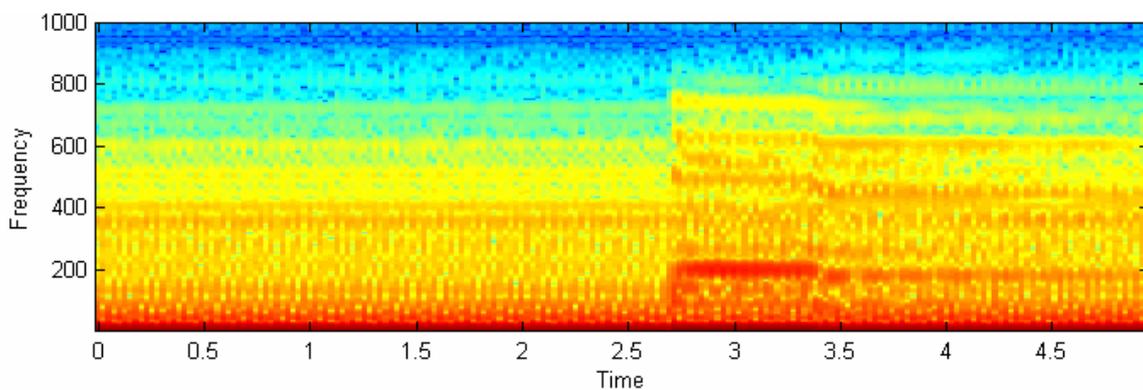


Figura 4 Spettrogramma della prova di affilatura breve

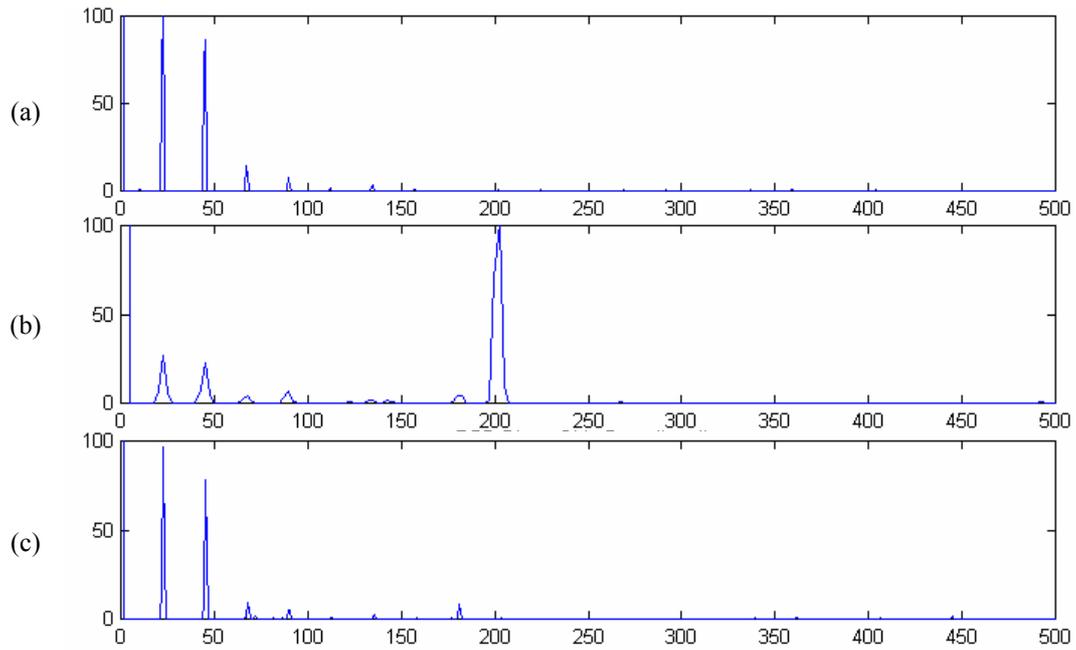


Figura 5 Power Spectral Density della prova di affilatura breve: (a) prima dell'affilatura, (b) durante l'affilatura, (c) dopo l'affilatura

Al fine di conoscere la velocità angolare della mola trascinata dal disco, sono state eseguite più affilature consecutive e durante le prove si è andato a misurare il segnale di trigger di una ghiera della mola. Si è notato che essa tende rapidamente a raggiungere un valore di regime di 100 Hz . Tale valore è risultato pari a circa cinque volte la velocità angolare del disco. Naturalmente la velocità viene raggiunta dopo un breve transitorio (circa 2-3 affilature) ma poi rimane pressoché costante a meno di una piccola oscillazione dovuta all'inevitabile decelerazione durante la fase di apertura mole.

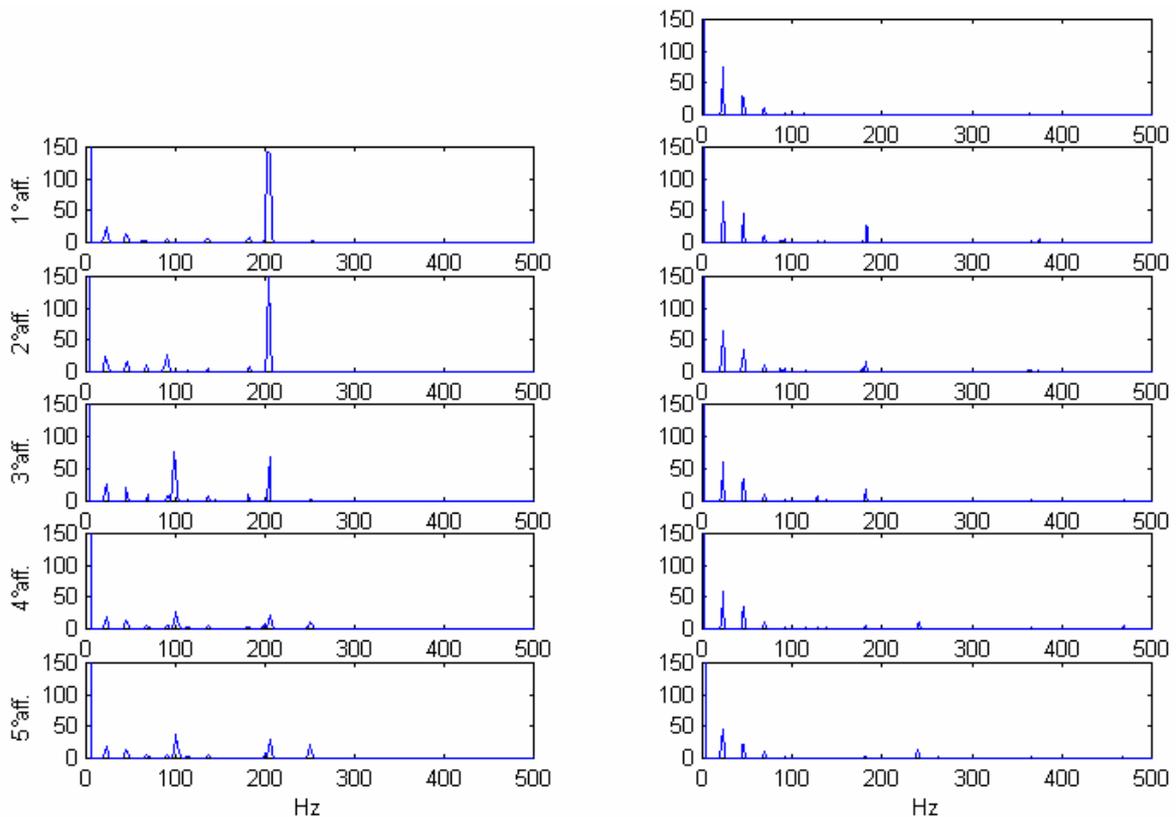


Figura 6 Power Spectral Density della prova di affilature ripetute

In figura 6 sono riportati i risultati ottenuti dall'analisi dei segnali ottenuti nelle esperienze di affilatura intermittente. Gli spettri a sinistra sono relativi alle successive fasi di affilatura, quelli di destra alle fasi di

apertura delle mole. Si nota durante l'affilatura la presenza del picco a 200 Hz la cui ampiezza va però diminuendo nelle fasi successive mentre aumenta in ampiezza un picco a 100 Hz . Tali picchi scompaiono all'apertura delle mole. Si notano inoltre picchi più modesti a $22, 44, 66, 88\text{ Hz}$ legati alla rotazione del disco e infine un piccolo picco a 180 Hz in fase di apertura. Aumentando il precarico su entrambe le mole, si è notato essenzialmente un aumento del picco a 200 Hz rispetto al caso standard. Aumentando il precarico solo su una mola, si è invece notata una notevole diminuzione di tale picco.

Sono state infine condotte esperienze di affilatura intermittente ad una temperatura dell'albero del disco di circa 65°C . Confrontando i risultati delle prove con quella di riferimento, fig. 6, si è notata la scomparsa dei picchi a 180 e 200 Hz .

Durante il processo di affilatura sono state rilevate nella lama vibrazioni a 200 Hz multiplo intero ($\times 9$) della frequenza di rotazione (22.2 Hz). L'ampiezza di tali vibrazioni decresce al crescere della velocità della mola, diminuisce all'aumentare della temperatura ed è influenzata dal precarico delle mole. L'esame successivo del filo della lama ha mostrato talvolta una ondulazione periodica a 9 lobi, che progredisce nel tempo fino ad rendere la lama non più utilizzabile.

L'influenza della velocità si può attribuire alla variazione delle condizioni di attrito; l'aumento di temperatura, che in funzionamento interessa la parte interna del disco vicino ai cuscinetti, può invece portare un effetto di forzamento sulla periferia del disco, con conseguente irrigidimento e innalzamento delle frequenze proprie e quindi allontanamento dalle osservate condizioni di risonanza; infine il precarico delle molle ha ovviamente l'effetto di aumentare il carico di impatto e quindi l'ampiezza delle oscillazioni nel transitorio.

In tabella 1 si riportano le frequenze naturali a disco fermo e in rotazione con i corrispondenti numeri di diametri nodali calcolati con il codice ANSYS®. La tabella è servita per determinare i modi propri di vibrare del sistema disco-mole, da collegare alle frequenze proprie misurate sperimentalmente.

Un'ipotesi che si può avanzare per spiegare la presenza di intense vibrazioni a 200 Hz , con l'ausilio del diagramma di Campbell, nel sistema di riferimento fisso, è che sia una frequenza prossima alla risonanza, eccitata dalla frequenza eccitatrice pari a $3\Omega/2\pi$, rilevabile anche a mole distaccate. Infatti, $(3\Omega+2n\Omega)/2\pi$ per $n=3$ corrisponde a 202.5 Hz ed è prossima alla frequenza propria corrispondente a 3 diametri nodali, ricavata da $(\omega_n+3\Omega/2\pi)\text{ Hz}$, con $\omega_n \approx 130\text{ Hz}$. Essendo 202.5 Hz pari a 9 volte la frequenza di rotazione del disco, si spiegherebbe la formazione delle irregolarità a 9 lobi. Per l'origine delle vibrazioni si può anche ipotizzare che si verifichi instabilità da stick-slip, che giustificherebbe il fatto che il fenomeno dipende dalla velocità relativa della mola.

n	$\omega_n/2\pi\text{ [Hz]}$	$\omega_n-/2\pi\text{ [Hz]}$	$\omega_{n+}/2\pi\text{ [Hz]}$
0	23; 48; 102; 370		
1	102	80	124
2	106; 110	62; 66	150; 154
3	122; 139	56; 73	188; 205
4	153; 183	65; 95	241; 271
5	196	86	306
6	233; 246; 287	101; 114; 155	365; 378; 419
7	297; 343; 345	143; 189; 191	451; 497; 499
8	365; 378	189; 202	541; 554

Tabella 1 Frequenze naturali e apparenti

4. ANALISI NUMERICA

4.1 Definizione del modello

L'affilatura avviene tra un'operazione e l'altra in un tempo molto breve ed è necessario andare a studiarne il transitorio. Per condurre questa analisi si è scelto di adottare un programma di calcolo agli elementi finiti che sfrutta un procedimento di calcolo esplicito, essendo questo più adatto alla rappresentazione di fenomeni rapidi.

Come è noto, i metodi espliciti non richiedono la soluzione di un sistema di equazioni lineari ad ogni passo ma sono caratterizzati dalla soluzione di un algoritmo di calcolo. L'inversione della matrice di massa, resa diagonale, viene eseguita facilmente una volta per tutte. Tra i vari metodi espliciti LS-DYNA® utilizza un metodo alle differenze centrali modificato per quanto riguarda la discretizzazione delle velocità. Si ricorda che questo metodo è condizionatamente stabile e cioè presenta un valore critico del passo di integrazione temporale. Il metodo alle differenze centrali è stabile se:

$$\Delta t \leq \Delta t_{crit} = \frac{2}{\omega_{max}} = \frac{T_{min}}{\pi} \quad (5)$$

In LS-DYNA® viene adottato un valore di $\Delta t = 0.9 \Delta t_{crit}$.

Per la definizione del modello si è fatto riferimento alle macchine troncatrici attualmente in commercio, sulle quali sono stati effettuati i rilievi sperimentali. Si è dunque preso a riferimento una lama dal diametro esterno di $0,6\text{ m}$ e dallo spessore rastremato di $4,8\text{ mm}$ al centro e di $1,5\text{ mm}$ all'estremità. Gli elementi adottati per la suddivisione del modello sono elementi guscio del tipo Huges-Liu caratterizzati da quattro punti di integrazione. Questi sono stati scelti perché non presentano problemi di distorsione degli elementi (hourglass). Per rappresentare il comportamento della lama è stato usato un materiale perfettamente elastico con le caratteristiche di un acciaio. Si è però aggiunto un piccolo smorzamento al sistema al fine di evitare oscillazioni troppo elevate.

La lama a disco è comunemente collegata all'albero attraverso un sistema di calettamento molto rigido. Si è dunque adottato un tipo di materiale rigido per definirne la corona centrale. Ciò ha inoltre consentito di definire in maniera semplice le condizioni al contorno e quelle iniziali. Si è infatti imposto a questo corpo rigido di potere solamente ruotare attorno al proprio asse e vi si è imposta una velocità angolare di 145 rad/s (23 Hz) con una rampa sinusoidale per evitare la nascita di forze inerziali troppo elevate.

Per semplicità si è considerata un'unica mola folle, con diametro 100 mm e massa 0.2 kg , è stata totalmente considerata come un corpo rigido costituito anch'esso da elementi guscio. Al centro della mola è stata posizionata una molla alla quale è stato imposto lo spostamento per effettuare l'avvicinamento della mola alla lama.

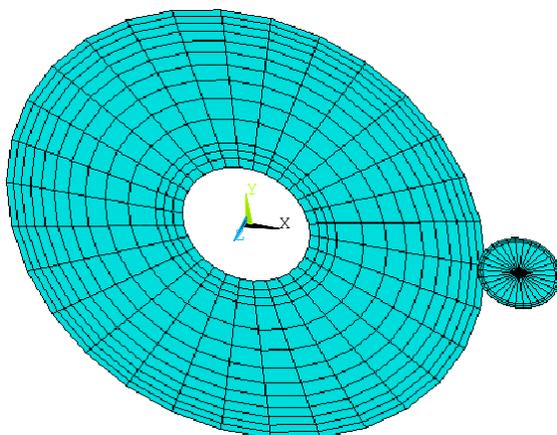


Figura 7 Modello della lama e della mola

Il problema principale nella modellazione dell'affilatura risulta la definizione dei parametri di contatto. Infatti è difficile trovare in letteratura dati sul coefficiente d'attrito, in funzione della velocità di strisciamento, relativi al contatto tra un materiale abrasivo ed un acciaio. Si è però ricavato in letteratura [8] che nei processi di rettifica quando le profondità di passata sono piccole la forza di taglio e quella di repulsione sono dello stesso ordine di grandezza. Si è dunque posto un coefficiente di attrito statico unitario. Per quanto riguarda il coefficiente di attrito dinamico si è posto un valore di 0.4 leggermente superiore a quello del contatto acciaio su acciaio. Occorre osservare che per queste simulazioni, in cui si ricerca l'insorgere di eventuali instabilità, è più importante la forma della curva di attrito rispetto ai valori effettivi. Data l'importanza della forma della curva di attrito sono stati tentati due plausibili forme estreme ricorrendo ad una funzione esponenziale del tipo:

$$\mu_c = FD + (FS - FD) \cdot e^{-DC \cdot |v_{rel}|} \quad (6)$$

in cui FS è il coefficiente di attrito statico, FD quello dinamico, DC il termine di decadimento e v_{rel} è la velocità relativa tra le due superfici. Le prove sono state eseguite imponendo FS pari a 1 , FD pari a 0.4 e DC pari a 1 , 10 e 100 in maniera tale da simulare un andamento continuo ed uno pressoché discontinuo della curva di attrito.

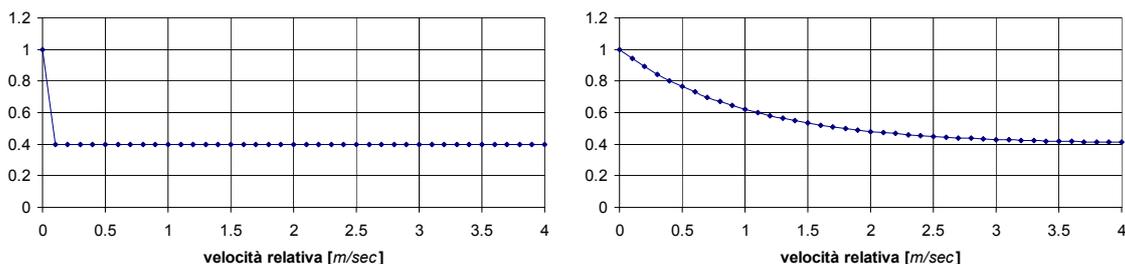


Figura 8 Coefficiente attrito con $DC=100$ e $DC=1$

Sono state effettuate innanzi tutto prove di simulazione dell'impatto tra mola e lama mantenendo ferma quest'ultima (fig. 9), in maniera tale da evidenziare le frequenze proprie. Al fine di analizzare i risultati in maniera efficiente è stata eseguita la Power Spectral Density degli spostamenti nodali di almeno un punto della mola e di un punto della lama. Osservando lo spettro del segnale relativo al disco, si nota un picco elevato a 193 Hz e picchi di minor entità ($70, 93, 105, 117, 125, 138, 155, 220, 288\text{ Hz}$) corrispondenti alle frequenze proprie del sistema. Nel segnale della mola compare, più marcato, il picco a 70 Hz mentre si osserva che la mola fa da filtro a tutte le armoniche superiori essendo il picco a 193 Hz molto attenuato. Questa osservazione è stata confermata da un'analisi FEM che ha mostrato che la frequenza a 70 Hz corrisponde al primo modo di vibrare del sistema disco-mola e interessa principalmente la mola e la zona del disco prossima al contatto.

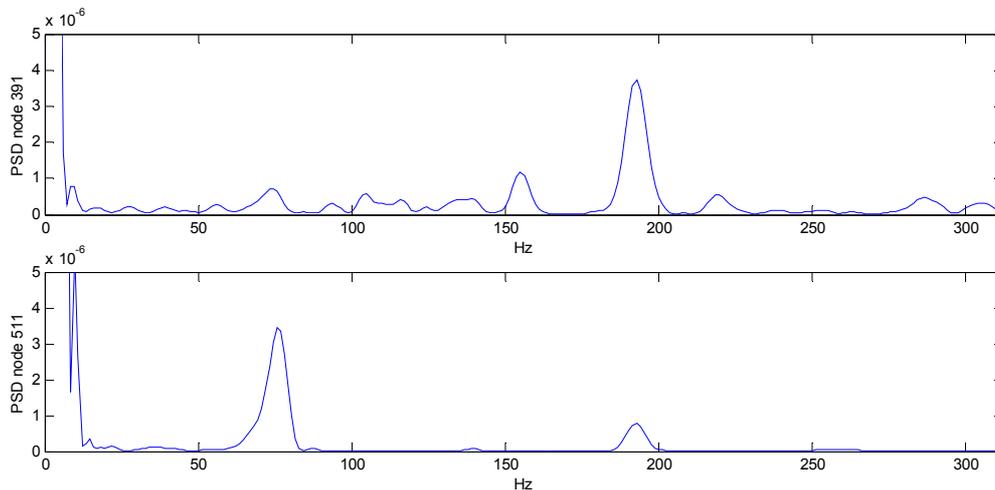


Figura 9 PSD nel caso di velocità di rotazione angolare della lama nulla rispettivamente di un nodo alla periferia della lama e di un nodo della mola

4.2 Studio numerico preliminare di sensibilità

Al fine di evidenziare la sensibilità del modello ai vari parametri considerati sono state eseguite cinque prove di simulazione del transitorio di affilatura. In queste cinque prove, sintetizzate in tab. 2, si è previsto di partire con una prova base e poi di variare rispettivamente il coefficiente dell'esponentiale della curva di attrito, la velocità angolare del disco e la rigidità della molla che comprime la mola. Tali prove sono state condotte al fine di valutare l'influenza di ciascun parametro sul risultato finale.

	FS	FD	DC	Ω_{disco}	K_{molla}
Prova Base (Legge Attrito Repentina)	1	0.4	100	145 rad/s	$0.274\text{E}+05\text{ N/m}$
Legge Attrito Intermedio	1	0.4	10	145 rad/s	$0.274\text{E}+05\text{ N/m}$
Legge Attrito Dolce	1	0.4	1	145 rad/s	$0.274\text{E}+05\text{ N/m}$
Ω_{disco} minore	1	0.4	100	100 rad/s	$0.274\text{E}+05\text{ N/m}$
K_{molla} minore	1	0.4	100	145 rad/s	$0.137\text{E}+05\text{ N/m}$

Tabella 2 Simulazioni fondamentali effettuate

Si noti che, mentre i rilievi sul campo sono stati effettuati rispetto ad un sistema di riferimento assoluto, i risultati che fornisce il software di calcolo sono gli spostamenti nodali e dunque sono riferiti ad un sistema di riferimento solidale alla lama. Sebbene gli studi teorici [7] indichino come sia possibile confrontare i due tipi di risultati si è preferito nella simulazione analizzare gli spostamenti anche da un punto di vista assoluto aggiungendo al modello un sensore virtuale. Quest'ultimo è stato modellato con una piccola massa vincolata a rimanere a contatto, senza attrito, con la superficie del disco tramite una molla opportunamente dimensionata e vincolata, all'altro estremo, al telaio ideale. I valori di massa e rigidità sono stati scelti anche in modo da non influenzare la dinamica del sistema.

Dalla figura 10, che riporta le analisi spettrali degli spostamenti dei nodi per la prova base, si osserva innanzitutto che sulla mola appaiono evidenti due componenti vibrazionali: una a 70 ed una a circa 93 Hz , corrispondenti ai primi due modi propri di vibrare del sistema disco-mola. Nel caso del disco in rotazione si rilevano nello spettro del segnale, rispetto al sistema di riferimento rotante, picchi a pulsazioni $\omega \pm n\Omega$ intorno a 70 Hz e a 93 Hz , frequenze eccitate dalla mola a seguito dell'impatto. Altri picchi minori (es. 155 Hz) sono associabili a frequenze proprie. Per quanto riguarda il sensore virtuale, i suoi segnali sono di più difficile interpretazione. L'unico aspetto evidente è la presenza del picco a 70 Hz e a $(70 - 2\Omega/2\pi)\text{ Hz}$.

Per quanto riguarda le prove effettuate a velocità di rotazione minore (fig.11-a) si nota che nel sistema di riferimento rotante emergono i picchi nell'intorno della frequenza eccitata nel disco dalla mola (70 Hz), con il massimo in corrispondenza di $(70+3\Omega/2\pi)$ Hz, pari a 118 Hz e prossimo alla frequenza propria del disco di 117 Hz. Nel sistema di riferimento fisso si ritrova tale picco in corrispondenza di $(70+6\Omega/2\pi)$ Hz prossimo alla frequenza propria apparente di $(117+3\Omega/2\pi)$ Hz.

Infine, nel caso di minore rigidità della molla, si nota (fig.11-b), nello spettro della mola, l'abbassamento della prima frequenza propria ed il permanere di un picco a 93 Hz, corrispondente ad una frequenza naturale del disco con 0 diametri nodali. A questo proposito si fa notare che dall'analisi modale FEM risulta che a 93 Hz corrispondono due modi propri, uno a 0 diametri nodali e l'altro a 1. Nel segnale del disco, rispetto al sistema di riferimento rotante, si nota invece, oltre al picco a 93 Hz, uno successivo più elevato a circa 113 Hz, prossimo alla frequenza propria di 117 Hz ed anche alla frequenza di risposta all'eccitazione $(93+\Omega/2\pi)$ Hz. Seguono altri picchi minori legati probabilmente a frequenze proprie. Nel sistema di riferimento fisso, tutti i picchi sono appiattiti. Date le difficoltà incontrate a modellare il sensore virtuale, è probabile che questo necessiti di una messa a punto anche per quanto riguarda il suo posizionamento.

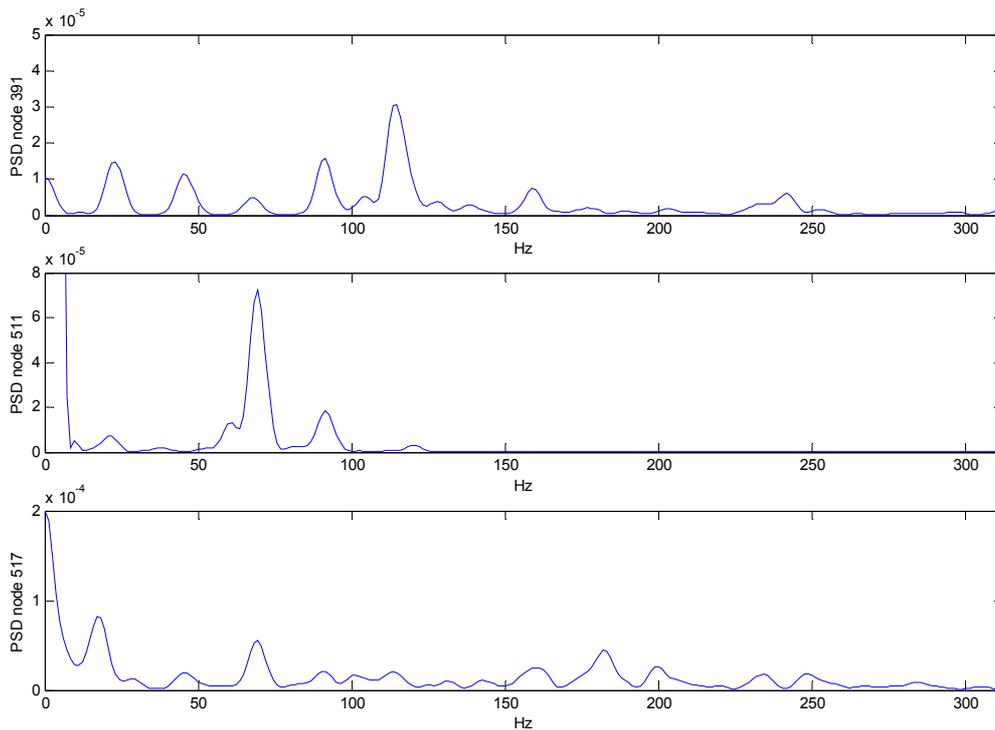


Figura 10 Power Spectral Density degli spostamenti assiali rispettivamente di un nodo alla periferia della lama, di un nodo della mola e del sensore virtuale nel caso della prova base con legge di attrito discontinua

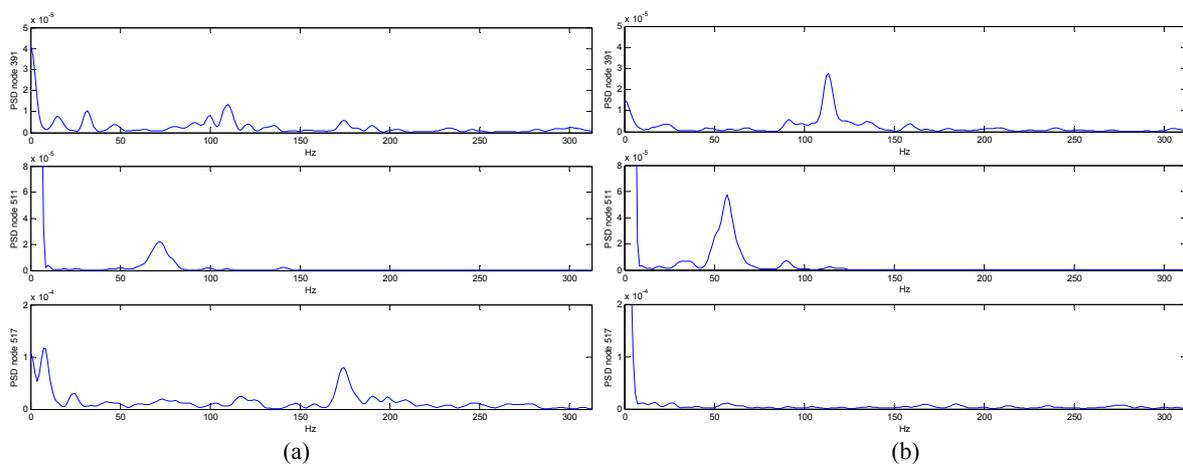


Figura 11 PSD nel caso di velocità di rotazione angolare minore (a) e rigidità della molla della mola minore (b)

E' inoltre evidente che, nonostante il modello dia risultati abbastanza ragionevoli, occorra fare una campagna di prove con velocità di rotazione variabile per ricostruire il diagramma di Campbell nell'intervallo di frequenze di interesse.

Analizzando poi le tre prove con legge di attrito differente possiamo concludere che mano a mano che la legge si addolcisce passando da $DC\ 100$ a 1 si nota un aumento notevole delle ampiezze delle vibrazioni della mola. Occorre osservare però che la legge di attrito con DC pari a 100 , benché presenti una discontinuità, in realtà è quella più regolare per il contatto in quanto c'è sempre una velocità relativa tra lama e mola (tranne che in un punto) e dunque non si ha variazione del coefficiente di attrito nel tempo.

Un'altra analisi è stata quella di vedere cosa comporta un moto eccentrico della mola ma questa prova non ha messo in evidenza nessun effetto degno di nota.

Infine dall'analisi della velocità di rotazione angolare delle mole si è osservato che è circa 5-6 volte la velocità di rotazione angolare della lama da affilare.

5. CONCLUSIONI

In questo lavoro è stato analizzato il problema delle vibrazioni che nascono durante il processo di affilatura intermittente di lame a disco. E' stata descritta l'attività sperimentale svolta sul campo che ha evidenziato l'insorgenza di vibrazioni a 200 Hz, multiplo intero della frequenza di rotazione, che si può ritenere sia all'origine della progressiva lobatura del filo della lama. Alla luce di alcuni studi di problemi similari, reperiti in letteratura, che evidenziano la complessità del problema, sono state avanzate alcune ipotesi per spiegare il fenomeno. Per suffragare tali ipotesi e per valutare l'influenza dei parametri in gioco, è stata avviata un'attività di simulazione numerica con il codice LS-DYNA[®] che permette lo studio di transitori rapidi. Il modello sviluppato, opportunamente semplificato rispetto al caso reale, ha dato risultati incoraggianti, in accordo con la teoria. Al fine di ottenere risultati apprezzabili anche dal punto di vista quantitativo è in previsione la taratura del modello mediante validazioni sperimentali mirate.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Lisini, G. G., Verardi, M., "L'instabilità del processo di rettifica", *Automazione e automatismi*, **6**, 3-12 (1967).
- [2] Bartalucci, B., Lisini, G. G., Pinotti, P. C., "Grinding at variable speed", in *Advances in Machines Tool Design and Research*, Pergamon Press, 633-652, 1971.
- [3] Ouyang, H., Mottershead, J. E., Cartmell, M. P., Friswell, M. I., "Friction-induced parametric resonances in discs: effect of a negative friction-velocity relationship", *Journal of Sound and Vibration* **209**(2), 251-264 (1998).
- [4] Ouyang, H., Mottershead, J. E., Cartmell, M. P., Brookfield, D. J., "Friction-induced vibration of an elastic slider on a vibrating disc", *International Journal of Mechanical Sciences* **41**, 325-336 (1999).
- [5] Lee, A. C., 1992, "Study of disc brake noise using multibody mechanism with friction interface". In: *Friction-Induced Vibration, Chatter, Squeal, and Chaos*, Ibrahim, R. A., Soom, A., editors, New York, ASME, DE- **49**, 99-105, 1992.
- [6] Ibrahim, R. A., "Friction-induced vibration, chatter, squeal, and chaos: Part II – Dynamics and Modeling", in *Friction-Induced Vibration, Chatter, Squeal, and Chaos*, Ibrahim, R. A., Soom, A., editors, New York, ASME, DE- **49**, 123-138, 1992.
- [7] H. Mehdigholi, *Forced Vibration of Rotating Discs and Interaction with Non-Rotating Structures*, Ph.D. thesis, Imperial College of Science, Technology and Medicine, University of London, London, 1991.
- [8] G. F. Micheletti, *Tecnologia Meccanica*, UTET, Torino, 1979