

# 証明を再構成するストラテジーを顕在化するタスクデザイン

## 証明の構造の理解に基づく分析枠組みの提案と結果の考察

宮崎樹夫  
信州大学

藤田太郎  
University of  
Exeter

岩田耕司  
福岡教育大学

Keith Jones  
University of  
Southampton

### 1. Technology による証明学習の改善

Technology による証明学習の改善が国際的に挑まれている。特に課題探究としての証明学習の実現には、証明を構成するストラテジー (Weber, 2001) に加え、再構成するものにも焦点をあてて、Technology の有効な活用が求められる。そこで、本研究は次の問いに答える：『証明を再構成するストラテジーを顕在化する Technology-based タスクデザインには、どのような効果と限界があるか』。

### 2. 証明を再構成するストラテジー

#### (1) 証明の再構成

課題探究としての証明学習において子どもは既に構成した証明をもとに別の証明を生成する。このことを本研究では「証明を再構成する」と呼ぶ。

#### (2) 証明を再構成するストラテジーの型

証明を再構成するストラテジーには、次の3つの型が推定される；証明を構成するためのストラテジー (SKC)、証明を更新するためのストラテジー (SKRC)、問題の解決に必要なストラテジー (SKP)。

### 3. 証明を再構成するストラテジーを顕在化する

#### Technology-based タスクデザイン

タスクデザインでは、2つの問いが重要である；「何が解決されるべきか」、「どのように解決されるべきか (過程、環境)」。

そこで本研究では、解決されるべき問題、解決過程、学習環境の3要素に対応して、それぞれ次のものを採用する：フローチャート証明を用いたオープンな問題、ストラテジーの表現過程、証明学習支援システム (Miyazaki, Fujita & Jones, 2019)。

### 4. 実験授業の様子

授業は国立大附属中学校第2学年の均質性の高い4学級で実施された。授業者は初任者 X (担当2学級) と15年以上の経験者 Y, Z (担当各1学級) であり、タスクデザインの差異は次の通りである。

• Technology 有：教員 X (2C), 教員 Y (2D)

• Technology 無：教員 X (2A), 教員 Z (2E)

本単元のうち、実験授業は第三時と第四時である。

第一時：図形の合同とその性質を理解する。

第二時：三角形の合同条件を理解する。

第三時：合同条件を用いて証明をつくる。

第四時：合同条件と合同な図形の性質を用いて証明をつくる。

授業は2018/11/21-27に実施され、事後テストは第四時の類題を用いて2019/1/15に実施された。

### 5. 証明を再構成するストラテジーの分析枠組み

#### (1) 証明の構造の理解

証明の導入期で核となる証明の構造の理解には、3つのレベル (前構造的、部分-構造的、全体-構造的) があり、特に、部分-構造的レベルには、2つの下位レベル (要素的理解下位、関係的理解下位) がある (Miyazaki, Fujita, & Jones, 2017)。

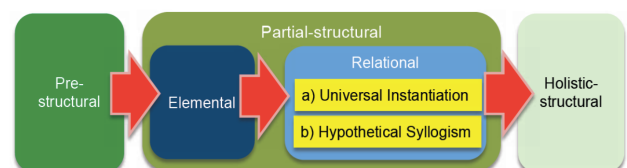


図1 証明の構造の理解に関するレベル

#### (2) 証明を再構成するストラテジーのコード化

事後テストで生徒が証明を再構成する際に用いたアイデアの欄「証明を見つけるコツ」に記述した

言葉を分析するために、証明の構造の理解に関するレベルに応じ、次のようにコードを設定した。

#### 全体-構造的レベル

- SKC\_C1：前提と結論を明らかにする。
- SKRC\_R1：前提と結論を見直したり，変えたりする。
- SKC\_C2：結論から逆向きに組み立てる／前提から順向きに組み立てる。
- SKRC\_R2：結論から前提に／前提から結論に組み立てる向きを変える。

#### 関係的理解下位レベル

- SKC\_C3：定理の適用順序を決める。
- SKRC\_R3：定理の適用順序を変える。
- SKC\_C4：定理や定義をみつける。
- SKRC\_R4：定理や定義を変える。

#### 要素的理解下位レベル

- SKC\_C5：場面固有な図形の性質をみつける。
- SKRC\_R5：場面固有な図形の性質を変える。

#### 前構造的レベル

- SKC\_C6：SKC\_C1-5 以外
- SKRC\_R6：SKRC\_R1-5 以外

が補助することによって考えられる。

#### ② SKRC の顕在化頻度分布に関する考察

前構造的レベルの R6 では，初任者の Technology の有無で差が認められる。これは，証明学習支援システムの使用が，前構造的レベルで証明を更新するストラテジーの顕在化について教師経験による差異を低減させることを示唆している。また，全体-構造的レベルの R1, R2，関係的理解下位レベルの R3 の頻度が極めて低い（C3 についても同様）。これは，証明の学習・指導における定理の適用順序に関するデザインや実施に起因すると考えられる。

## 6. 結論，意義，今後の課題

本研究の結論は，次の通りである：本タスクデザインには，次の効果がある。

- 「定理や定義をみつける」（関係的理解下位レベル）の顕在化を促進する。
- 前構造的レベルで証明を更新するストラテジーの顕在化について教師経験の差異を低減する。  
本タスクデザインには，次の限界がある。
- 全体-構造的レベルで証明を更新するためのストラテジー(R1, R2)が顕在化されにくい。
- 関係的理解下位レベルで証明を構成／更新するためのストラテジー(C3, R3)が顕在化されにくい。  
今後の課題は次の通りである。
- 本タスクデザインの効果や限界の質的考察
- 本タスクデザインによる学習・指導のデザイン

## 6. 結果と考察

### (1) ストラテジーの顕在化頻度分布の実際

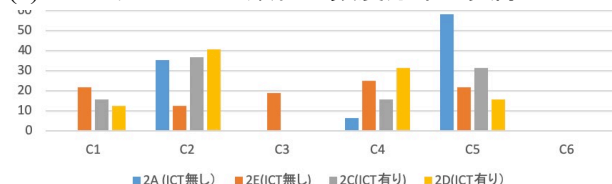


図2 クラス別 SKC の頻度 (ICT 有無)

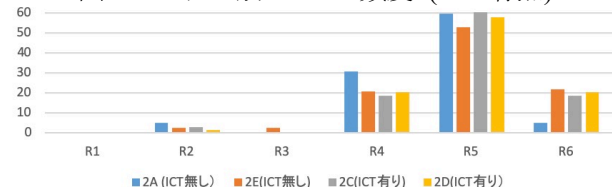


図3 クラス別 SKRC の頻度 (ICT 有無)

### (2) ストラテジーの顕在化頻度分布に関する考察

#### ① SKC の顕在化頻度分布に関する考察

全体-構造的レベルの C1「前提と結論を明らかにする」の初任者の頻度，関係的理解下位レベルの C4「定理や定義をみつける」の頻度については，Technology 有の方が無よりも高く，初任者よりも15年以上の経験者の方が高い。これは，循環論の回避や定理や定義の選択を証明学習支援システム

#### 引用・参考文献

- Miyazaki, M., Fujita, T., Jones, K. (2019). Web-Based Task Design Supporting Students' Construction of Alternative Proofs, In Hanna, G., Reid, D., de Villiers, M. (Eds.). (2019). *Proof Technology in Mathematics Research and Teaching*, NY: Springer.
- Miyazaki, M., Fujita, T. and Jones, K. (2017). Students' understanding of the structure of deductive proof, *ESM*, 94(2), 223 - 239.
- Weber, K. (2001). Student difficulty in constructing proofs: The need for strategic knowledge. *ESM*, 48(1), 101 - 119.
- [謝辞]科学研究費補助金【No. 16H02068, 16H03057, 18K18637】の支援を受けている。